





Das Hausdorff Research Institute for Mathematics (HIM) ist Teil des Ende 2006 gegründeten Exzellenzclusters "Hausdorff Center for Mathematics".

Felix Hausdorff – Paul Mongré

In einer 1921 erschienenen Besprechung von HAUSDORFFS Hauptwerk *Grundzüge der Mengenlehre* (1914) schreibt der Rezensent, der amerikanische Mathematiker HENRY BLUMBERG:

It would be difficult to name a volume in any field of mathematics, even in the unclouded domain of number theory, that surpasses the *Grundzüge* in clearness and precision.¹

Andererseits lesen wir in einem Brief des Schriftstellers und Übersetzers PAUL LAUTERBACH an den Musiker und Nietzsche-Herausgeber HEINRICH KÖSELITZ (Pseudonym: PETER GAST) im Hinblick auf HAUSDORFF:

Ein dionysischer Mathematiker, das klingt wunderbar, lassen Sie sich aber etwas von ihm schicken, und Sie wetten mit mir, dass es etwas an ihm zu erleben giebt.²

Der Ausdruck „dionysisch“ zielt mit Blick auf den griechischen Gott Dionysos, den Gott des Weines, der Fruchtbarkeit und der Ekstase, auf das Rauschhafte, Irrationale, Ekstatische im Erlebnis der Welt oder im künstlerischen Schaffen. Ein Mensch, der einerseits mathematische Bücher von unübertroffener Klarheit und Präzision schreibt, der andererseits dionysisch genannt wird, muß eine bemerkenswerte Doppelexistenz sein – und das war HAUSDORFF in der Tat: Als FELIX HAUSDORFF der bedeutende Mathematiker, dessen Werk bis in die neueste Zeit aktuell und einflußreich ist, als PAUL MONGRÉ der Literat, Philosoph und zeitkritische Essayist, den der Publizist PAUL FECHTER in seiner 1948 erschienenen Autobiographie *Menschen und Zeiten* als „eine der merkwürdigsten Erscheinungen der ersten Jahrzehnte des zwanzigsten Jahrhunderts“ bezeichnet, die „von der jüngeren Generation heute zu Unrecht vergessen“ sei.³ Natürlich gibt es in dieser

¹[Bl 1921], S. 116.

²PAUL LAUTERBACH: Brief an HEINRICH KÖSELITZ vom 30. 12. 1893. Goethe- und Schillerarchiv Weimar, 102/417.

³[Fe 1948], S. 156.

Doppelexistenz viele sichtbare und unsichtbare Fäden hinüber und herüber, denen nachzuspüren ist, will man den Menschen HAUSDORFF und sein Werk richtig verstehen.

FELIX HAUSDORFF wurde am 8. November 1868 in Breslau geboren. Sein Vater, der jüdische Kaufmann LOUIS HAUSDORFF (1843–1896), zog im Herbst 1870 mit seiner jungen Familie nach Leipzig und betrieb am Leipziger Brühl im Laufe der Zeit verschiedene Firmen, darunter eine Leinen- und Baumwollwarenhandlung. Er war ein gebildeter Mann und hatte schon mit 13 Jahren den Morenu-Titel⁴ errungen. Es gibt mehrere Abhandlungen aus seiner Feder, darunter eine längere Arbeit über die aramäischen Übersetzungen der Bibel aus Sicht des talmudischen Rechts in der „Monatsschrift für Geschichte und Wissenschaft des Judenthums“. LOUIS HAUSDORFF engagierte sich viele Jahre im „Deutsch-Israelitischen Gemeindebund“.⁵ Er wurde insbesondere in den Ausschuß, das Leitungsgremium des Gemeindebundes kooptiert, weil es dem Vorsitzenden wünschenswert erschien,

im Ausschusse die entschieden conservative Richtung, als zu welcher gehörig Herr Louis Hausdorff ihm bekannt sei, vertreten zu lassen.⁶

Im 1896 erschienenen Nachruf des Gemeindebundes auf LOUIS HAUSDORFF heißt es:

Sein großes und edles Herz schlug warm für die Sache seiner Glaubensgenossen. Dabei war er ein treuer, aufopfernder Familienvater in echt jüdischem Sinne, und ebenso entsprach seine rege Wohlthätigkeit den schönsten Ueberlieferungen unseres Stammes.⁷

⁴Morenu: hebr. „unser Lehrer“; Titel eines zum Rabbinat Befähigten.

⁵Der Gemeindebund war nach der Reichsgründung als Interessenvertretung der deutschen Juden gegenüber dem Staat gegründet worden.

⁶Mittheilungen des Deutsch-Israelitischen Gemeindebundes, Nr. 5 (1878). Die konservative Richtung beharrte streng auf allen überkommenen Glaubensvorschriften. Sie kämpfte z. B. dafür, daß die jüdischen Gymnasiasten am Sabbat frei bekamen, um die Synagoge zu besuchen, zumindest aber, daß sie im Unterricht nicht zu schreiben brauchten.

⁷Ebda, Nr. 44 (1896).

HAUSDORFFS Mutter Hedwig (1848–1902; sie wird in verschiedenen Dokumenten auch Johanna genannt) stammte aus der weitverzweigten jüdischen Familie TIETZ. Aus einem Zweig dieser Familie ging auch HERMANN TIETZ hervor, der Gründer des ersten Warenhauses und spätere Hauptinhaber der Warenhauskette „Hermann Tietz“ (in der Zeit der nationalsozialistischen Diktatur unter der Bezeichnung HERTIE „arisiert“).

Wie FELIX HAUSDORFF als Kind erzogen wurde, wissen wir nicht – zu vermuten ist eine streng religiöse Erziehung. So führte sein Vater in einem Referat vor dem Ausschuß des Deutsch-Israelitischen Gemeindebundes folgendes aus:

Das Judentum hat seinen Schwerpunkt nicht in der Predigt, nicht in Gottesdiensten, dieser Schwerpunkt ruht vielmehr in dem religiösen Familienleben.

FELIX HAUSDORFFS Reaktion auf diese Erziehung kann man nur indirekt erschließen. In einem seiner Aphorismen schrieb er später:

Wer die Fabel von der Glückseligkeit des Kindesalters aufgebracht hat, vergass dreierlei: Die Religion, die Erziehung, die Vorformen der Geschlechtlichkeit.⁸

Und im Hinblick auf die zeitgenössische Erziehung heißt es in einem anderen Aphorismus:

Aber die Methode heisst heute noch: ausrotten, abdämmen, beschneiden, unterbinden, einschränken, verbieten – es ist eine grundsätzlich negative, privative, prohibitive Methode des Erziehens, Besserns, Strafens, ein Abschaffen an Stelle des Schaffens, ein Amputieren an Stelle des Heilens.⁹

In Bezug auf Religiosität hat die Erziehung bei FELIX HAUSDORFF in etwa das Gegenteil dessen erreicht, was der Vater erreichen wollte: HAUSDORFF praktizierte den jüdischen Glauben nicht mehr. Er war Agnostiker, der sich mit der jüdischen Religion ebenso kritisch

⁸[H 1897a], S. 254.

⁹[H 1897a], S. 62.

auseinandersetzte wie mit der christlichen. Allerdings hat er sich nie taufen lassen – was ja beträchtliche Vorteile geboten hätte.

Kommen wir nun zum Bildungsweg HAUSDORFFS: Er besuchte drei Jahre lang die damalige zweite Bürgerschule in Leipzig und danach von 1878 an das Nicolai-Gymnasium seiner Vaterstadt, eine Einrichtung, die einen ausgezeichneten Ruf als Pflanzstätte humanistischer Bildung hatte. Er war ein hervorragender Schüler, über Jahre Klassenprimus und öfter dadurch geehrt, daß er zu Schulfeiern selbstverfaßte lateinische oder deutsche Gedichte vortragen durfte. In seinem Abiturjahrgang des Jahres 1887 (mit zwei Oberprimen) war er der Einzige, der die Gesamtnote „I“ erreichte. Das Schwergewicht der Gymnasialbildung lag auf den alten Sprachen (ca. 45 % des obligatorischen Unterrichts). HAUSDORFF hatte z.B. in der Abiturprüfung einen lateinischen Aufsatz zu schreiben; das Thema lautete: „Cupidius quam verius Cicero dicit res urbanas bellicis rebus anteponeudas esse“ (Frei etwa: Es entspricht mehr dem Interesse Ciceros als der Wahrheit, wenn er sagt, die Angelegenheiten des öffentlichen Wohles seien denen des Krieges voranzustellen).¹⁰ Die Wahl des Studienfaches mag dem so vielseitig begabten Oberprimaner FELIX HAUSDORFF nicht leicht gefallen sein. MAGDA DIERKESMANN, die als Studentin in Bonn in den Jahren 1926–1932 öfters im Hause HAUSDORFFS zu Gast war, berichtete 1967:

Seine vielseitige musische Begabung war so groß, daß er erst auf das Drängen seines Vaters hin den Plan aufgab, Musik zu studieren und Komponist zu werden.¹¹

Zum Abitur war die Entscheidung gefallen (was letztlich den Ausschlag gegeben hat, wissen wir nicht): Im Jahresbericht des Nicolai-Gymnasiums für 1887 steht in der Liste der Abiturienten in der Spalte „zukünftiges Studium“ bei FELIX HAUSDORFF „Naturwissenschaften“.¹²

¹⁰[JN 1887], S. X–XI.

¹¹[D 1967], S. 51–52. Frau DIERKESMANN hat in einem Gespräch mit EGBERT BRIESKORN versichert, daß HAUSDORFF selbst ihr dies so erzählt habe.

¹²[JN 1887], S. XVI.

Vom Sommersemester 1887 bis Sommersemester 1891 studierte HAUSDORFF Mathematik und Astronomie, hauptsächlich in seiner Vaterstadt Leipzig, unterbrochen durch je ein Semester in Freiburg (SS 1888) und Berlin (WS 1888/1889). Die erhalten gebliebenen Studienzeugnisse¹³ (bis auf das Freiburger Semester) weisen den Studenten FELIX HAUSDORFF als außerordentlich vielseitig interessierten jungen Mann aus, der neben den mathematischen und astronomischen Vorlesungen auch solche aus den Gebieten Physik, Chemie und Geographie hörte, ferner Vorlesungen über Philosophie und Philosophiegeschichte, über Themen der Sprach- und Literaturwissenschaften, über die Geschichte des Sozialismus und über die Arbeiterfrage. Hinzu kam ein Kolleg über die wissenschaftlichen Grundlagen des Glaubens an einen persönlichen Gott und eines über die Beziehungen zwischen Geistesstörung und Verbrechen. In Leipzig hörte er bei dem Musikwissenschaftler PAUL auch Geschichte der Musik. Seine frühe Liebe zur Musik währte ein Leben lang; in HAUSDORFFS Haus gab es beeindruckende Musikabende mit dem Hausherrn am Klavier, wie Äußerungen verschiedener Teilnehmer bezeugen. Schon als Leipziger Student war er ein Verehrer und exzellenter Kenner der Musik von RICHARD WAGNER.

In den letzten Semestern seines Studiums schloß sich HAUSDORFF eng an HEINRICH BRUNS (1848–1919) an. BRUNS war Ordinarius für Astronomie und Direktor der Sternwarte an der Universität Leipzig. Er war Schüler von WEIERSTRASS und ist vor allem durch seine Untersuchungen zum Dreikörperproblem und zur Optik (BRUNSSches Eikonale) bekannt geworden. Bei BRUNS promovierte HAUSDORFF 1891 mit einer Arbeit über die Refraktion des Lichtes in der Atmosphäre.¹⁴ Es folgten zwei weitere Veröffentlichungen zum selben Thema und 1895 die Habilitation mit einer Arbeit über die Extinktion des Lichtes in der Atmosphäre.¹⁵

¹³UA Leipzig, Film Nr. 60 und Nr. 67; Archiv der Humboldt-Universität Berlin, Univ.-Registatur, Littr. A, N. 6, Vol. 876, No. 28. Die letztere Angabe verdanke ich Herrn GIRLICH (Leipzig).

¹⁴[H 1891].

¹⁵[H 1895].

Diese frühen astronomischen Arbeiten HAUSDORFFS haben – ungeachtet ihrer exzellenten mathematischen Durcharbeitung – keine Bedeutung erlangt. Zum einen hat sich die zu Grunde liegende Idee von BRUNS als nicht tragfähig erwiesen (es wurden horizontnahe astronomische Refraktionsbeobachtungen benötigt, welche, wie JULIUS BAUSCHINGER wenig später zeigen konnte, prinzipiell nicht mit der erforderlichen Genauigkeit beschafft werden können). Zum anderen hat der Fortschritt bei der direkten Messung atmosphärischer Daten (Ballonaufstiege) sehr bald die mühevollen Berechnung dieser Daten aus Refraktionsbeobachtungen unnötig gemacht. In der Zeit zwischen Promotion und Habilitation absolvierte HAUSDORFF den einjährig-freiwilligen Militärdienst und arbeitete zwei Jahre als Rechner an der Leipziger Sternwarte.

Mit der Habilitation wurde HAUSDORFF Privatdozent an der Universität Leipzig und begann eine umfangreiche Lehrtätigkeit auf den verschiedensten mathematischen Gebieten. Neben Lehre und Forschung in der Mathematik ging er seinen literarischen und philosophischen Neigungen nach. Ein Mann mit vielseitigen Interessen, umfassend gebildet, hochsensibel und differenziert im Denken, Fühlen und Erleben, verkehrte er in seiner Leipziger Zeit mit einer Reihe bekannter Literaten, Künstler und Verleger wie HERMANN CONRADI, RICHARD DEHMEL, OTTO ERICH HARTLEBEN, GUSTAV KIRSTEIN, MAX KLINGER, MAX REGER und FRANK WEDEKIND. Die Jahre 1897 bis etwa 1904 markieren den Höhepunkt seines literarisch-philosophischen Schaffens; in dieser Zeit erschienen 18 der insgesamt 22 unter Pseudonym veröffentlichten Schriften, darunter ein Gedichtband, ein Theaterstück, ein erkenntniskritisches Buch und ein Band Aphorismen.

Der Aphorismenband war das erste unter dem Pseudonym PAUL MONGRÉ erschienene Werk HAUSDORFFS. Er trägt den Titel *Sant' Ilario. Gedanken aus der Landschaft Zarathustras*.¹⁶ Schon das gewählte Pseudonym ist Programm: à mon gré – nach meinem Geschmack. Dies zielt auf Individualität, auf geistige Unabhängigkeit, auf Ablehnung von Vorurteilen und Zwängen politischer,

¹⁶[H 1897a].

gesellschaftlicher, religiöser oder sonstiger Art. Der Untertitel des *Sant' Ilario* „Gedanken aus der Landschaft Zarthusstras“ spielt zunächst darauf an, daß HAUSDORFF sein Buch während eines Erholungsaufenthaltes an der ligurischen Küste um Genua vollendet hat und daß FRIEDRICH NIETZSCHE in eben dieser Gegend die ersten beiden Teile von *Also sprach Zarathustra* schrieb; er spielt natürlich auch auf die geistige Nähe zu Nietzsche an. In einer Selbstanzeige des *Sant' Ilario* in der Wochenschrift *Die Zukunft* bekannte sich HAUSDORFF expressis verbis zu Nietzsche:

An diesem seligen Gestade [...] bin ich dem Schöpfer Zarathustras seine einsamen Wege nachgegangen, – wunderliche, schmale Küsten- und Klippenpfade, die sich nicht zur Heerstraße breittreten lassen. Wer mich deshalb einfach zum Gefolge Nietzsches zählen will, mag sich hier auf mein eigenes Geständniß berufen.¹⁷

HAUSDORFF hat nicht versucht, NIETZSCHE zu kopieren oder gar zu übertreffen – „Von Nietzsche-Nachahmung keine Spur“ heißt es in einer zeitgenössischen Rezension. Er stellt sich sozusagen neben NIETZSCHE in dem Bestreben, individuelles Denken freizusetzen, sich die Freiheit zu nehmen, überkommene Normen in Frage zu stellen. Zum Spätwerk NIETZSCHES wahrte HAUSDORFF kritische Distanz. In seinem Essay über das vom Nietzsche-Archiv aus nachgelassenen Notizen NIETZSCHES kompilierte Buch *Der Wille zur Macht* heißt es:

In Nietzsche glüht ein Fanatiker. Seine Moral der Züchtung, auf unserem heutigen Fundamente biologischen und physiologischen Wissens errichtet: das könnte ein weltgeschichtlicher Skandal werden, gegen den Inquisition und Hexenprozeß zu harmlosen Verirrungen verblassen.¹⁸

Seinen kritischen Maßstab nahm HAUSDORFF von NIETZSCHE selbst,

¹⁷[H 1897b], S. 361. Eingehend ist HAUSDORFFS Verhältnis zu NIETZSCHE in [St 2002] behandelt, ferner in der historischen Einführung zu [H 2004].

¹⁸[H 1902], S. 1336.

von dem gütigen, maßvollen, verstehenden Freigeist Nietzsche und von dem kühlen, dogmenfreien, systemlosen Skeptiker Nietzsche [...]¹⁹

Den Inhalt eines Aphorismenbandes beschreiben zu wollen verbietet sich von selbst. Um mehr als nichts zu sagen, seien zwei Gedanken, die immer wieder thematisiert werden, genannt: Da ist zunächst die tiefe Skepsis gegen jedwede Teleologie und gegen alle Ideologien und Weltverbesserungslehren, die vorgeben, im Besitz der Wahrheit über Sinn und Ziel des Menschengeschlechts zu sein. Dazu zwei Auszüge aus den Aphorismen 1 und 3:

In der Welt ist so empörend viel Unsinn, Sprung, Zerrissenheit, Chaos, „Willensfreiheit“; ich beneide Diejenigen um ihre guten und synthetischen Augen, die in ihr die Entfaltung einer „Idee“, *einer* Idee sehen.²⁰

Wenn nicht die Wahrheit selbst, so ist doch der Glaube an die gefundene Wahrheit in gefährlichem Masse lebensfeindlich und zukunftsgefährlich. Noch Keiner von denen, die sich mit Wahrheit begnadet wähnten, hat einen Augenblick gezögert, das grosse Finale oder den grossen Mittag oder irgend einen Endpunkt, Wendepunkt, Gipfelpunkt der Menschheit zu verkünden, d. h. jedesmal allem Künftigen sein Bild, seinen Stempel, seine Beschränktheit aufzuprägen.²¹

Da ist ferner die Frage des Verhältnisses von Einzelem und Masse. Für HAUSDORFF ist wie für NIETZSCHE der Einzelne keine bloße Figur in einem historischen Prozeß, welcher seine Individualität einer höheren Bestimmung unterzuordnen hat. Der Einzelne, zumal der schöpferische, soll in den Mittelpunkt gerückt, seine Rechte sollen verteidigt werden. Dazu ein Auszug aus Aphorismus Nr. 35:

¹⁹Ebd., S. 1338.

²⁰[H 1897a], S. 4.

²¹[H 1897a], S. 6.

Fruchtbar ist Jeder, der etwas sein eigen nennt, im Schaffen oder Geniessen, in Sprache oder Gebärde, in Sehnsucht oder Besitz, in Wissenschaft oder Gesittung; fruchtbar ist alles, was weniger als zweimal da ist, jeder Baum, der aus *seiner* Erde in *seinen* Himmel wächst, jedes Lächeln, das nur einem Gesichte steht, jeder Gedanke, der nur einmal Recht hat, jedes Erlebniss, das den herztstärkenden Geruch des Individuums ausathmet!²²

1898 erschien – ebenfalls unter dem Pseudonym PAUL MONGRÉ – HAUSDORFFS erkenntniskritischer Versuch *Das Chaos in kosmischer Auslese*. Die in diesem Buch vorgetragene Metaphysikkritik hatte ihren Ausgangspunkt in HAUSDORFFS Auseinandersetzung mit NIETZSCHES Idee der ewigen Wiederkunft. Es geht schließlichschließlich darum, *jede* Art von Metaphysik endgültig zu destruieren. Von der Welt an sich, vom *transzendenten Weltkern* – wie HAUSDORFF sich ausdrückt – wissen wir nichts und können wir nichts wissen. Wir müssen „die Welt an sich“ als unbestimmt und unbestimmbar, als bloßes Chaos voraussetzen. Die Welt unserer Erfahrung, unser Kosmos, ist das Ergebnis der Auslese, der Selektion, die wir nach unseren Möglichkeiten der Erkenntnis unwillkürlich schon immer vorgenommen haben und weiter vornehmen. Von jenem Chaos aus gesehen wären auch beliebige andere Ordnungen, andere Kosmoi, denkbar. Jedenfalls kann man von der Welt unseres Kosmos her keinen Schluß ziehen auf eine transzendente Welt. HAUSDORFF formuliert dieses Programm folgendermaßen:

Wir werden die völlige Diversität beider Welten und die Unhaltbarkeit jedes Schlusses von empirischen Folgen auf transzendente Gründe [...] zu zeigen haben, und zwar in einer umfassenden Allgemeinheit, die über das Kantische Resultat auch praktisch hinausgreift [...]²³

Das Verfahren, welches diesen Nachweis liefern soll, umreißt er so:

[...] wir haben [...] einfach diejenigen transzenten Va-

²²[H 1897a], S. 37.

²³[H 1898], S. 4.

riationen zu bestimmen, die ein gegebenes empirisches Phänomen unverändert lassen.²⁴

Im *Chaos in kosmischer Auslese* hat er dieses Programm für die Kategorien Zeit und Raum durchzuführen gesucht. Um eine Idee davon zu geben, wie HAUSDORFF sich das Verfahren für den Raum denkt, sei ein Stück aus seiner Leipziger Antrittsvorlesung *Das Raumproblem* zitiert. Ausgangspunkt der Argumentation ist die Tatsache, daß man aus einer Landkarte die Gestalt des Originals nicht erschließen kann, wenn man das Projektionsverfahren nicht kennt. Dann heißt es:

[· · ·] unser empirischer Raum ist solch eine körperliche Karte, ein Abbild des absoluten Raumes [absolut hier im Sinne von transzendent – d. Verf.]; aber [· · ·] wir kennen das Projektionsverfahren nicht und kennen folglich auch das Urbild nicht. Zwischen beiden Räumen besteht eine unbekannte, willkürliche Beziehung oder Korrespondenz, eine völlig beliebige Punkttransformation. Aber der Orientierungswert des empirischen Raumes leidet darunter nicht; wir finden uns auf unserer Karte zurecht und verständigen uns mit anderen Kartenbesitzern; die Verzerrung fällt nicht in unser Bewußtsein, weil nicht nur die Objekte, sondern auch wir selbst und unsere Meßinstrumente davon gleichmäßig betroffen werden. [· · ·]

Wenn diese Auffassung richtig ist, so muß man das Urbild einer beliebigen Transformation unterwerfen können, ohne daß das Abbild sich verändert: [· · ·]²⁵

Die einfachste solche Transformation wäre die gleichmäßige Verkleinerung oder Vergrößerung des transzendenten Raumes um einen

²⁴[H 1898], S. 9.

²⁵[H 1903], S. 15. Was mit dem physischen Inhalt bei solchen Transformationen geschieht, bleibt hier offen. In einem nachgelassenen (leider undatierten) Fragment „Transformationsprincip“ schreibt HAUSDORFF dazu: „Dass der phys. Inhalt an der Transformation beteiligt sein soll, genauer auszuführen. Das ist vielleicht nicht so einfach. Vielleicht liesse sich das Princip auf diese Weise sogar bestreiten – wozu ich Lust hätte, seit ich es auch bei Andern (Poincaré) gefunden habe!!!“ (NL HAUSDORFF: Kapsel 49: Fasz.: 1079, Bl. 3.)

konstanten Faktor. Aber HAUSDORFF geht es um *beliebige* Transformationen, d. h. der transzendente Raum bleibt vollständig unbestimmt und unbestimmbar – er ist ein wissenschaftlich sinnloser Begriff. Mit dem Raumproblem hat sich HAUSDORFF viele Jahre lang intensiv beschäftigt; im Wintersemester 1903/04 hielt er in Leipzig eine Vorlesung *Zeit und Raum*²⁶, in der er von seiner Leidenschaft für dieses Problem spricht. Der von ihm später geschaffene fundamentale Begriff des topologischen Raumes wird in seinen Ausdifferenzierungen so gut wie jeder Situation, in der „Räumliches“ im Sinne von Nachbarschaft eine Rolle spielt, gerecht. Er ist vielleicht auch als ein Nachklang seines philosophischen Denkens zu verstehen.

Besonders bemerkenswert am *Chaos in kosmischer Auslese* ist, daß HAUSDORFF hier in einer philosophischen Untersuchung Elemente der damals neuesten Mathematik, nämlich der Mengenlehre CANTORS, einsetzt. Dieser wohl einzigartige, aber auch problematische Zug hat die Rezeption des Werkes sehr erschwert.

1904 erschien in der Zeitschrift *Die neue Rundschau* HAUSDORFFS Theaterstück, der Einakter *Der Arzt seiner Ehre*. Es ist eine derbe Satire auf das Duellunwesen und auf die überkommenen Ehrbegriffe des Adels und des preußischen Offizierscorps, die in der sich entwickelnden bürgerlichen Gesellschaft immer anachronistischer wurden. In einer Theaterkritik des *Hamburger Echo* vom 15. 11. 1904 heißt es beispielsweise

Mongré hat den Mut, das Duell in dem Licht zu zeigen, das ihm gebührt. Er behandelt es als eine Komödie, über die man sich bei einem Glase Wein sehr wohl einigen kann, wenn anders man nicht als Patentfatzke in den Fesseln des Modedämons „Ehre“ steckt.

Der Arzt seiner Ehre war HAUSDORFFS größter literarischer Erfolg. Es gab zwischen 1904 und 1912 über 300 Aufführungen in Berlin, Braunschweig, Bremen, Breslau, Bromberg, Budapest, Düsseldorf, Dortmund, Elberfeld, Elbing, Frankfurt/M, Fürth, Graz,

²⁶NL HAUSDORFF: Kapsel 24: Fasz. 71.

Hamburg, Hannover, Kassel, Köln, Königsberg, Krefeld, Leipzig, Magdeburg, Mühlhausen i.E., München, Nürnberg, Prag, Riga, Straßburg, Stuttgart, Wien, Wiesbaden und Zürich.²⁷ Daß HAUSDORFF um 1912 als bekannter Theaterdichter galt, mag man daraus ersehen, daß er zum Bankett zu Ehren von FRANK WEDEKIND am 18. 6. 1912 im Berliner Hotel Esplanade in Begleitung von MAX REINHARDT, FELIX HOLLÄNDER und ARTHUR KAHANE erschien; die drei Genannten gehörten zur Crème der Berliner Theaterszene.²⁸

Mit diesen wenigen Streiflichtern auf das philosophisch-literarische Werk HAUSDORFFS müssen wir es bewenden lassen. Unberührt blieben sein Gedichtband *Ekstasen* aus dem Jahre 1900²⁹ sowie seine Essays, wahre Perlen dieser Literaturgattung. Die meisten dieser Essays erschienen in der Zeitschrift „Neue Deutsche Rundschau (Freie Bühne)“ (später „Die neue Rundschau (Freie Bühne)“), der damals führenden literarischen Zeitschrift, von der das geflügelte Wort umging „Gedenke, Mensch, daß Du vergehst, auch wenn Du in der Neuen Rundschau stehst“.

HAUSDORFFS philosophische Schriften sind nach dem zweiten Weltkrieg für lange Zeit in Vergessenheit geraten; dasselbe trifft für das literarische Werk zu. Man kann vermuten, daß der Antisemitismus und die damit verbundene Kulturbarbarei während der nationalsozialistischen Diktatur wesentlich dazu beigetragen haben. Davor war HAUSDORFF im öffentlichen Bewußtsein durchaus noch als Philosoph und Literat präsent. So lautet der Eintrag im Großen Brockhaus von 1931³⁰:

HAUSDORFF, FELIX, Mathematiker und Schriftsteller.
Er schrieb: „Grundzüge der Mengenlehre“ (1914), unter dem Decknamen PAUL MONGRÉ den erkenntniskritischen Ver-

²⁷Die Mitteilung der zitierten Theaterkritik und die Angaben über die Aufführungen verdanke ich Herrn U. ROTH, München.

²⁸FRANK WEDEKIND: *Gesammelte Briefe*. Hrsg. von FRITZ STRICH. Bd.2, München 1924, S. 269. Ich verdanke den Hinweis auf diesen Wedekind-Brief Frau ARIANE MARTIN, Mainz.

²⁹S. dazu [V 2000].

³⁰Lebensdaten und Wirkungsorte sind hier fortgelassen.

such „Das Chaos in kosmischer Auslese“ (1898), die Werke „Sant’ Ilario. Gedanken aus der Landschaft Zarathustras“ (1897) und „Ekstasen“ (1900). H. steht den Grundgedanken Nietzsches nahe; er lehnt alle Metaphysik ab und betrachtet die Erfahrungswelt als einen vom Bewußtsein vollzogenen Ausschnitt aus dem gesetzlosen Chaos.

Die Gesammelten Werke HAUSDORFFS³¹ enthalten auch das philosophisch-literarische Werk vollständig und sorgfältig kommentiert. Die Herausgeber dieser Bände haben mehrfach zum Ausdruck gebracht, daß dieser Teil des HAUSDORFFSchen Schaffens zu Unrecht vergessen war. So schreibt W. STEGMAIER im Vorwort zu Band VII im Hinblick auf das philosophische Werk:

Je mehr ich mich in FELIX HAUSDORFFS Schriften einarbeitete, desto mehr nötigten sie mir Respekt ab: in ihrer Klarheit, ihrer Redlichkeit, ihrer vornehmen Bescheidenheit, ihrer gedanklichen Selbständigkeit und vor allem in ihrer erstaunlichen Aktualität. Vielleicht ist nach über hundert Jahren nun die Zeit gekommen, in der sie für die philosophische Orientierung so fruchtbar werden können, wie sie es verdienen.³²

Nach einigen kurzen biographischen Anmerkungen wollen wir dann zum mathematischen Werk kommen. HAUSDORFF hatte 1899 CHARLOTTE GOLDSCHMIDT, die Tochter des jüdischen Arztes SIEGISMUND GOLDSCHMIDT aus Bad Reichenhall, geheiratet. Dessen Stiefmutter war übrigens die berühmte Frauenrechtlerin und Vorschulpädagogin HENRIETTE GOLDSCHMIDT. 1900 wurde HAUSDORFFS einziges Kind, die Tochter Lenore (Nora) geboren; sie überlebte die Zeit des Nationalsozialismus und starb hochbetagt 1991 in Bonn.

Im Dezember 1901 wurde HAUSDORFF zum außerplanmäßigen Extraordinarius an der Universität Leipzig ernannt. Bei der Beanttragung hatte sich der Dekan veranlaßt gesehen, dem sehr positi-

³¹Näheres dazu am Ende dieses Artikels.

³²[H 2004], S. VII.

ven Votum der Fachkollegen, verfaßt von HEINRICH BRUNS, noch folgenden Zusatz beizufügen:

Die Fakultät hält sich jedoch für verpflichtet, dem Königlichen Ministerium noch zu berichten, dass der vorstehende Antrag in der am 2. November d. J. stattgehabten Fakultätssitzung nicht mit allen, sondern mit 22 gegen 7 Stimmen angenommen wurde. Die Minorität stimmte deshalb dagegen, weil Dr. Hausdorff mosaïschen Glaubens ist.³³

Dieser Zusatz beleuchtet schlaglichtartig den unverhüllten Antisemitismus, der besonders nach dem Gründerkrach im gesamten deutschen Reich einen starken Aufschwung genommen hatte. Leipzig war ein Zentrum der antisemitischen Bewegung, insbesondere auch unter der Studentenschaft. Es mag dies ein Grund dafür gewesen sein, daß sich HAUSDORFF an der Leipziger Universität nicht besonders wohl fühlte; ein anderer war vielleicht das betont hierarchische Gehabe der Leipziger Ordinarien, wo der Extraordinarius nichts galt. Jedenfalls schrieb HAUSDORFF rückblickend aus Bonn an FRIEDRICH ENGEL:

In Bonn kommt man sich, auch als Nicht-Ordinarius, förmlich existenzberechtigt vor, eine Empfindung, zu der ich mich an der Pleisse nie habe aufschwingen können.³⁴

HAUSDORFF schrieb nach der Habilitation noch je eine Arbeit über Optik ([H 1896]), nichteuklidische Geometrie ([H 1899]), hyperkomplexe Zahlensysteme ([H 1900b]), Versicherungsmathematik ([H 1897c]) und Wahrscheinlichkeitstheorie ([H 1901b]). Die letztgenannten beiden Arbeiten enthielten einige bemerkenswerte Resultate und blieben nicht ohne Einfluß. In [H 1897c] führt HAUSDORFF die Varianz des Verlustes eines Versicherers als Maß für das Risiko ein. Wenn diese individuelle Risikotheorie auch heute durch die kollektive Risikotheorie ersetzt worden ist, so ist

³³Archiv der Universität Leipzig, PA 547. Das Gutachten ist vollständig abgedruckt in [BP 1987], S. 231–234.

³⁴Brief vom 21. 2. 1911. NL ENGEL, UB Gießen, Handschriftenabteilung.

doch die Varianz des Verlustes des Versicherers bei vorgegebenem Leistungs- und Prämienplan nach wie vor eine grundlegende Größe in der Versicherungsmathematik. HAUSDORFF hat in dieser Arbeit auch einen ersten korrekten Beweis des HATTENDORFFSchen Theorems gegeben. Für verschiedene Typen von Lebensversicherungen berechnete er die Varianz des Verlustes; dies wurde in der Lehrbuchliteratur unmittelbar übernommen. In [H 1901b] hob HAUSDORFF die fundamentale Bedeutung des Begriffs der bedingten Wahrscheinlichkeit, der bis dahin nur implizit verwendet worden war, hervor. Er führte einen eigenen Terminus („relative Wahrscheinlichkeit“) dafür ein und schlug eine geeignete Notation vor.³⁵ HAUSDORFF führte in dieser Arbeit ferner die Semiinvarianten ein (unabhängig von THIELE) und gab stark vereinfachte Herleitungen der Gram-Charlier-Reihen vom Typ A. Sein Beispiel einer Folge unabhängiger identisch verteilter Zufallsgrößen X_1, X_2, \dots mit der Dichte $\varphi(x) = \frac{1}{2} e^{-|x|}$, für welche

$$Z_n = \sum_{k=1}^n a_k X_k \quad \text{mit} \quad a_k = \frac{1}{(k + \frac{1}{2})\pi}$$

nicht gegen die Normalverteilung konvergiert, veranlaßte P. LÉVY Anfang der 30-er Jahre zu einer interessanten Vermutung über die Dekomposition der Normalverteilung in zwei unabhängige Komponenten, die 1936 von H. CRAMÉR bewiesen wurde.³⁶

HAUSDORFFS Hauptarbeitsgebiet wurde jedoch bald die Mengenlehre, vor allem die Theorie der geordneten Mengen. Es war anfangs ein philosophisches Interesse, welches ihn um 1897 dazu führte, CANTORS Schöpfungen zu studieren.³⁷ Bereits im Sommersemester 1901 hielt HAUSDORFF eine Vorlesung über Mengenlehre; es war dies eine der ersten Vorlesungen über Mengenlehre überhaupt, nur ERNST ZERMELOS Kolleg in Göttingen im Wintersemester 1900/1901 war ein wenig früher. CANTOR selbst hat

³⁵Diese Notation ($P_B(A)$) hat KOLMOGOROFF in seinem Buch *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung* (1933) übernommen.

³⁶Näheres dazu in [H 2005], S. 579–583.

³⁷S. dazu [H 2002], S. 3–5.

nie über Mengenlehre gelesen. In dieser Vorlesung findet sich die erste mengentheoretische Entdeckung HAUSDORFFS: Die Typenklasse $T(\aleph_0)$ aller abzählbaren Ordnungstypen hat die Mächtigkeit \aleph des Kontinuums. Dieser Satz fand sich jedoch schon in FELIX BERNSTEINS Dissertation – HAUSDORFF notiert am Rand des Manuskripts zu seiner Entdeckung:

Vorgetragen 27. 6. 1901. Dissertation von F. Bernstein empfangen 29. 6. 1901.³⁸

HAUSDORFFS Einstieg in ein gründliches Studium geordneter Mengen war nicht zuletzt durch CANTORS Kontinuumproblem, welchen Platz $\aleph = 2^{\aleph_0}$ in der Reihe der \aleph_α einnimmt, motiviert.³⁹ In einem Brief an HILBERT vom 29. 9. 1904 spricht er davon, daß dieses Problem ihn „beinahe wie eine Monomanie geplagt hatte“.⁴⁰ Er sah in dem Satz $\text{card}(T(\aleph_0)) = \aleph$ eine neue Strategie, das Problem anzugreifen. CANTOR hatte $\aleph = \aleph_1$ vermutet; bewiesen war nur $\aleph \geq \aleph_1$. \aleph_1 ist die „Anzahl“ der möglichen Wohlordnungen einer abzählbaren Menge; \aleph hatte sich nun als „Anzahl“ aller möglichen Ordnungen einer solchen Menge herausgestellt. Es lag deshalb nahe, Ordnungen zu studieren, die spezieller als beliebige Ordnungen aber allgemeiner als Wohlordnungen sind. Genau dies tat HAUSDORFF in seiner ersten mengentheoretischen Veröffentlichung von 1901⁴¹ mit dem Studium „gestufter Mengen“; wir wissen aus den Ergebnissen von K. GÖDEL und P. COHEN, daß diese Strategie, das Kontinuumproblem zu lösen, ebensowenig zum Ziel führen konnte wie CANTORS Strategie, welche darauf zielte, den Satz von CANTOR-BENDIXSON von den abgeschlossenen Mengen auf beliebige überabzählbare Punktmengen zu verallgemeinern.

³⁸NL HAUSDORFF: Kapsel 03; Fasz. 12, Bl. 37.

³⁹E. SCHOLZ thematisiert in seinem Aufsatz *Logische Ordnungen im Chaos: Hausdorffs frühe Beiträge zur Mengenlehre* (in [Br 1996], S. 107–134) auch HAUSDORFFS Reflexionen über Zeit als Hintergrund für das Studium von Ordnungsstrukturen.

⁴⁰Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek zu Göttingen, Handschriftenabteilung, NL HILBERT, Nr. 136.

⁴¹[H 1901a].

1904 publizierte HAUSDORFF die nach ihm benannte Rekursionsformel: Für jede Nichtlimeszahl μ gilt

$$\aleph_\mu^{\aleph_\alpha} = \aleph_\mu \aleph_{\mu-1}^{\aleph_\alpha}.$$

Diese Formel wurde, zusammen mit dem von HAUSDORFF später eingeführten Begriff der Konfinalität, die Grundlage aller weiteren Ergebnisse zur Alephexponentiation. Die genaue Kenntnis der Problematik von Rekursionsformeln dieser Art hatte HAUSDORFF auch befähigt, den Irrtum in JULIUS KÖNIGS Vortrag auf dem Internationalen Mathematikerkongreß 1904 in Heidelberg aufzudecken. KÖNIG hatte dort „bewiesen“, daß das Kontinuum nicht wohlgeordnet werden könne, also dessen Kardinalzahl gar kein Aleph sei; er hatte damit großes Aufsehen erregt.⁴²

In die Jahre 1906 bis 1909 fallen HAUSDORFFS grundlegende Arbeiten über geordnete Mengen.⁴³ Daraus können hier nur einige wenige Punkte kurz berührt werden. Von fundamentaler Bedeutung für die gesamte Theorie ist der von HAUSDORFF eingeführte Begriff der Konfinalität: Es sei A eine geordnete Menge, $M \subset A$, so heißt A mit M konfinal (koinitial), wenn zu $a \in A$ stets $m \in M$ existiert mit $m \geq a$ ($m \leq a$). So ist z. B. $(0,1)$ mit $\{\frac{m-1}{m}\}_{m \in \mathbb{N}}$ konfinal, mit $\{\frac{1}{n}\}_{n \in \mathbb{N}}$ koinitial. Der Begriff überträgt sich auf Ordnungstypen: beispielsweise ist der Typus λ der Menge der reellen Zahlen in natürlicher Anordnung mit dem Typus ω der natürlichen Zahlenreihe konfinal.

Eine Ordinalzahl heißt regulär, wenn sie mit keiner kleineren Ordinalzahl konfinal ist, ansonsten singular. Die jeweils kleinsten Zahlen der CANTORSCHEN Zahlklassen bezeichnet HAUSDORFF als Anfangszahlen⁴⁴: $\omega = \omega_0, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_\omega, \omega_{\omega+1}, \dots$. Alle $\omega_{\alpha+1}$

⁴²Die Feststellung, daß es HAUSDORFF war, der den Irrtum aufklärte, hat ein besonderes Gewicht, weil in der historischen Literatur seit mehr als 50 Jahren ein falsches Bild über die Heidelberger Ereignisse gezeichnet wird; detaillierte Angaben findet man in [H 2002], S. 9–12 und in [Pu 2004]. Weiteres wichtige Quellenmaterial zu dieser Geschichte findet sich in [Eb 2007].

⁴³[H 1906, 1907a, 1907b, 1908, 1909].

⁴⁴Man identifiziert sie heute mit den Kardinalzahlen $\aleph_0, \aleph_1, \dots, \aleph_\omega, \aleph_{\omega+1}, \dots$.

sind regulär, $\omega_\omega = \lim_n \omega_n$ ist zu ω konfinal und somit ein Beispiel für eine singuläre Anfangszahl. HAUSDORFFS Frage, ob es reguläre Anfangszahlen mit Limeszahlindex gibt, war der Ausgangspunkt für die Theorie der unerreichbaren Kardinalzahlen. Denn HAUSDORFF hatte schon bemerkt, daß solche Zahlen, wenn sie existieren, von „exorbitanter Größe“ sein müssen.⁴⁵

Von grundlegender Bedeutung ist der folgende Satz HAUSDORFFS: Zu jeder geordneten unberandeten dichten Menge A gibt es zwei eindeutig bestimmte reguläre Anfangszahlen ω_ξ, ω_η , so daß A mit ω_ξ konfinal, mit ω_η^* ($*$ bezeichnet die inverse Ordnung) koinitial ist. Dieser Satz gibt beispielsweise ein feines Instrumentarium an die Hand, um Lücken und Elemente in geordneten Mengen zu charakterisieren; HAUSDORFF benutzt dazu die von ihm eingeführten Lücken- und Elementcharaktere. Sei z. B. die geordnete Zerlegung $A = P + Q$ eine Lücke, d. h. P hat kein größtes, Q kein kleinstes Element, so gibt es nach obigem Theorem zwei eindeutig bestimmte reguläre Anfangszahlen ω_ξ, ω_η , so daß P mit ω_ξ konfinal, Q mit ω_η^* koinitial ist. Das Paar $(\omega_\xi, \omega_\eta^*) =: c_{\xi\eta}$ nennt HAUSDORFF den Charakter der Lücke. Ebenso liefert die geordnete Zerlegung $A = P + \{a\} + Q$ einen eindeutig bestimmten Charakter für das Element a , wobei man hier noch Charaktere der Art $(1, \omega_\eta^*), (\omega_\xi, 1)$ oder $(1, 1)$ zulassen muß. In der Menge der rationalen Zahlen etwa (in natürlicher Anordnung) haben alle Lücken und Elemente den Charakter c_{00} .

Ist W eine vorgegebene Menge von Charakteren (Element- und Lückencharaktere), z. B. $W = \{c_{00}, c_{01}, c_{10}, c_{22}\}$, so erhebt sich die Frage, ob es geordnete Mengen gibt, deren Charakterenmenge gerade W ist. Man findet relativ leicht eine notwendige Bedingung an W . HAUSDORFF gelingt es zu zeigen, daß diese Bedingung auch hinreichend ist, d. h. zu jedem W , welches der Bedingung genügt, gibt es eine geordnete Menge, welche W zur Charakterenmenge hat. Hierfür benötigt man ein reichhaltiges Reservoir geordneter Mengen; dieses hat HAUSDORFF mit seiner Theorie der allgemeinen geordneten Produkte und Potenzen auch schaffen

⁴⁵Vgl. [H 2002], Kommentare von U. FELGNER, S. 598–601.

können.⁴⁶ In diesem Reservoir finden sich so interessante Strukturen wie die HAUSDORFFSchen η_α -Normaltypen. Bereits CANTOR hatte mit dem Typus $\eta = \eta_0$ der rationalen Zahlen in natürlicher Anordnung einen Typus gefunden, der für die Typenklasse $T(\aleph_0)$ aller abzählbaren Ordnungstypen universal ist, d. h. zu jedem abzählbaren Ordnungstypus μ findet man eine Teilmenge in η , welche den Typus μ hat. Dasselbe leistet HAUSDORFFS Typus η_α für die Typenklasse $T(\aleph_\alpha)$. Die Frage, ob es $\eta_{\alpha+1}$ -Mengen mit der kleinstmöglichen Mächtigkeit $\aleph_{\alpha+1}$ gibt, führt auf die Frage, ob $2^{\aleph_\alpha} = \aleph_{\alpha+1}$ ist; in diesem Zusammenhang formuliert HAUSDORFF erstmalig die verallgemeinerte Kontinuumhypothese. HAUSDORFFS η_α -Mengen bildeten den Ausgangspunkt für das Studium der in der Modelltheorie so wichtigen saturierten Strukturen.⁴⁷

HAUSDORFFS allgemeine Produkte und Potenzen hatten ihn auch auf den Begriff der partiell geordneten Menge geführt. Ferner erwiesen sich die von ihm eingehend studierten finalen Graduirungen von Folgen bzw. Funktionen als partielle Ordnungen. Der Beweis der Existenz von (ω_1, ω_1^*) -Lücken in den maximal geordneten Teilmengen dieser halbgeordneten Mengen gehört zu den tiefsten Resultaten HAUSDORFFS in der Mengenlehre.

Die Frage, ob es zu jeder geordneten Teilmenge einer partiell geordneten Menge eine sie enthaltende maximale geordnete Teilmenge gibt, konnte HAUSDORFF unter Verwendung des Wohlordnungssatzes positiv beantworten. Dies ist der heute nach ihm benannte „Maximalkettensatz“. Er folgt nicht nur aus dem Wohlordnungssatz (bzw. dem Auswahlaxiom), sondern er ist, wie sich später herausstellte, sogar zum Auswahlaxiom äquivalent.⁴⁸

Bereits 1908 hatte ARTHUR SCHOENFLIES im zweiten Teil seines Berichtes über Mengenlehre festgestellt, daß man die neuere Theorie der geordneten Mengen (d. h. die nach CANTOR er-

⁴⁶Vgl. dazu [H 2002], S. 604–605.

⁴⁷S. dazu den Essay von U. FELGNER: *Die Hausdorffsche Theorie der η_α -Mengen und ihre Wirkungsgeschichte*. In: [H 2002], S. 645–674.

⁴⁸S. dazu und zu ähnlichen Sätzen von C. KURATOWSKI und M. ZORN den Kommentar von U. FELGNER in [H 2002], S. 602–604.

folgten Erweiterungen dieser Theorie) fast ausschließlich HAUSDORFF verdanke.⁴⁹ Diese Feststellung von SCHOENFLIES mag Anlaß sein zu folgender allgemeinen Bemerkung: Die Geschichtsschreibung zur Mengenlehre hat sich bisher ziemlich einseitig auf die Grundlagenfragen konzentriert, insbesondere auf die Diskussionen um das Auswahlaxiom und auf die Versuche der verschiedenen mathematisch-philosophischen Richtungen, die Antinomieproblematik zu bewältigen. Die Erweiterung der Mengenlehre selbst, die unmittelbar nach CANTOR noch erfolgt ist, ist mit Ausnahme der Arbeiten von ZERMELO in der historischen Literatur relativ wenig beachtet worden; das betrifft insbesondere die Beiträge von HAUSDORFF und HESSENBERG.

Zum Sommersemester 1910 wurde HAUSDORFF zum planmäßigen Extraordinarius an die Universität Bonn berufen. Wie bereits erwähnt, sagte ihm das kollegiale Umfeld in Bonn viel mehr zu als das in Leipzig. Dort hatte er seit 1901 nicht wieder über Mengenlehre gelesen, obwohl dies sein Hauptarbeitsgebiet war. In Bonn begann er sofort mit einer Vorlesung über Mengenlehre, die er im Sommersemester 1912, wesentlich überarbeitet und erweitert, wiederholte. Im Sommer 1912 begann auch die Arbeit an seinem opus magnum, dem Buch *Grundzüge der Mengenlehre*. Es wurde in Greifswald vollendet, wohin HAUSDORFF zum Sommersemester 1913 als Ordinarius berufen worden war, und erschien im April 1914.

Zur Mengenlehre im damaligen Verständnis dieses Gebietes zählten neben der allgemeinen Mengenlehre auch die Theorie der Punktmengen und die Inhalts- und Maßtheorie. HAUSDORFFS Werk war das erste Lehrbuch, welches die gesamte Mengenlehre in diesem umfassenden Sinne systematisch und mit vollständigen Beweisen darstellte. Dieses Buch ging jedoch weit über die meisterhafte Darstellung des Bekannten hinaus. Es enthielt eine Reihe bedeutender origineller Beiträge seines Verfassers, die im folgenden nur kurz angedeutet werden können.

Die ersten sechs Kapitel der *Grundzüge* behandeln die allgemei-

⁴⁹[S 1908], S. 40.

ne Mengenlehre. An die Spitze stellt HAUSDORFF eine ausführliche Mengenalgebra mit z. T. neuen zukunftsweisenden Konzepten (Differenzenketten, Mengenringe und Mengenkörper, δ - und σ -Systeme). Diese einführenden Paragraphen über Mengen und ihre Verknüpfungen enthalten z. B. auch den modernen mengentheoretischen Funktionsbegriff; sie stellen sozusagen die künftige mathematische Sprache bereit. Es folgt in den Kapiteln 3 bis 5 die klassische Theorie der Kardinalzahlen, Ordnungstypen und Ordinalzahlen. Im sechsten Kapitel „Beziehungen zwischen geordneten und wohlgeordneten Mengen“ präsentiert HAUSDORFF unter anderem die wichtigsten Ergebnisse seiner eigenen Forschungen über geordnete Mengen.

Die Kapitel über „Punktmengen“ – man sollte besser sagen: die topologischen Kapitel – atmen den Geist einer neuen Zeit. Hier entwickelt HAUSDORFF erstmals, von seinen bekannten Umgebungsaxiomen ausgehend, eine systematische Theorie der topologischen Räume, wobei er zusätzlich das später nach ihm benannte Trennungsaxiom forderte. Diese Theorie geht aus einer umfassenden Synthese von früheren Ansätzen anderer Mathematiker und eigenen Reflexionen HAUSDORFFS über das Raumproblem hervor. Die Begriffe und Sätze der klassischen Punktmengenlehre des \mathbb{R}^n werden – soweit möglich – auf den allgemeinen Fall übertragen und damit zum Bestandteil der neu geschaffenen allgemeinen oder mengentheoretischen Topologie. Aber HAUSDORFF leistet nicht nur diese „Übersetzungsarbeit“, sondern er entwickelt dabei auch grundlegende Konstruktionsverfahren der Topologie wie Kernbildung (offener Kern, insichdichter Kern) und Hüllenbildung (abgeschlossene Hülle), und er arbeitet die fundamentale Bedeutung des Begriffs der offenen Menge (von ihm „Gebiet“ genannt) und des von FRÉCHET eingeführten Kompaktheitsbegriffes heraus. Er begründet und entwickelt ferner die Theorie des Zusammenhangs, insbesondere durch die Einführung der Begriffe „Komponente“ und „Quasikomponente“. Mittels des ersten und schließlich des zweiten HAUSDORFFSchen Abzählbarkeitsaxioms werden die betrachteten Räume schrittweise weiter spezialisiert. Eine große Klasse von Räumen, die dem ersten Abzählbarkeitsaxi-

om genügen, bilden die metrischen Räume. Sie wurden 1906 von FRÉCHET unter der Bezeichnung „classes (E)“ eingeführt. Von HAUSDORFF stammt die Bezeichnung „metrischer Raum“; er entwickelte in den *Grundzügen* die Theorie der metrischen Räume systematisch und bereicherte sie durch eine Reihe neuer Konzepte (HAUSDORFF-Metrik, Vervollständigung, totale Beschränktheit, ρ -Zusammenhang, reduzible Mengen). FRÉCHETS Arbeit⁵⁰ war wenig beachtet worden; erst durch HAUSDORFFS *Grundzüge* wurden die metrischen Räume Allgemeingut der Mathematiker.⁵¹

Auch das Kapitel über Abbildungen und das Schlußkapitel der *Grundzüge* über Maß- und Integrationstheorie bestechen durch die Allgemeinheit des eingenommenen Standpunktes und die Originalität der Darstellung. HAUSDORFFS dort gegebener Hinweis auf die Bedeutung der Maßtheorie für die Wahrscheinlichkeitsrechnung hatte – obwohl von lakonischer Kürze – große historische Wirkung. Man findet in diesem Kapitel auch den ersten korrekten Beweis für das starke Gesetz der großen Zahl von BOREL.⁵² Der Anhang schließlich enthält das wohl spektakulärste Einzelresultat des ganzen Buches, nämlich HAUSDORFFS Satz, daß man im \mathbb{R}^n für $n \geq 3$ nicht auf allen beschränkten Teilmengen einen Inhalt definieren kann. Der Beweis beruht auf HAUSDORFFS paradoxer Kugelzerlegung, für deren Herstellung man das Auswahlaxiom benötigt.⁵³

Im Laufe des 20. Jahrhunderts wurde es zum Standard, mathematische Theorien mengentheoretisch-axiomatisch aufzubauen. Die Schaffung axiomatisch begründeter allgemeiner Theorien, wie etwa der allgemeinen Topologie, diente u. a. dazu, den gemeinsamen strukturellen Kern aus verschiedenen konkreten Fällen

⁵⁰[Fr 1906].

⁵¹Ausführliche Kommentare zu HAUSDORFFS Beiträgen zur allgemeinen Topologie und zur Theorie der metrischen Räume finden sich in [H 2002], S. 675–787.

⁵²Einen Kommentar zur Maß- und Integrationstheorie in den *Grundzügen* gibt S. D. CHATTERJI in [H 2002], S. 788–800; s. ferner [Ch 2002].

⁵³Zur Wirkungsgeschichte des HAUSDORFFSchen Kugelparadoxons s. [H 2001], S. 11–18; s. ferner den Aufsatz von P. SCHREIBER in [Br 1996], S. 135–148, und die Monographie [W 1993].

oder Teilgebieten herauszuschälen und dann eine abstrakte Theorie aufzustellen, die alle diese Teile als Spezialfälle enthielt und die so einen großen Gewinn an Vereinfachung, Vereinheitlichung und damit letztlich an Denkökonomie mit sich brachte. HAUSDORFF selbst hat diesen Gesichtspunkt in den *Grundzügen* besonders hervorgehoben.⁵⁴ Die topologischen Kapitel der *Grundzüge* sind – so gesehen – auch methodisch eine Pionierleistung, und sie waren insofern richtungsweisend für die Entwicklung der modernen Mathematik. Die Auffassung vom Wesen der Mathematik, die sich in dieser methodischen Neuorientierung manifestierte, hatte sich HAUSDORFF schon viele Jahre vor Niederschrift der GRUNDZÜGE gebildet, ja sogar geraume Zeit vor einschlägigen Versuchen von FRÉCHET und F. RIESZ.⁵⁵ Eine sehr wichtige Anregung dazu dürfte von den *Grundlagen der Geometrie* ausgegangen sein, die D. HILBERT 1899 veröffentlicht hatte. In HAUSDORFFs Vorlesung *Zeit und Raum* aus dem Wintersemester 1903/04 heißt es im Hinblick auf die Mathematik im allgemeinen:

Die Mathematik sieht vollständig ab von der actualen Bedeutung, die man ihren Begriffen geben, von der actualen Gültigkeit, die man ihren Sätzen zusprechen kann. Ihre indefinablen Begriffe sind willkürlich gewählte Denkobjecte, ihre Axiome willkürlich, jedoch widerspruchsfrei gewählte Beziehungen zwischen diesen Objecten. Die Mathematik ist Wissenschaft des reinen Denkens, gleich der formalen Logik.⁵⁶

und im Hinblick auf den Raum im besonderen:

Also: der Raum eine logische Construction, nämlich Inbegriff aller Sätze, die logisch folgen aus den willkürlich gewählten Axiomen, wobei die vorkommenden Begriffe willkürlich gewählte Denkelemente sind.⁵⁷

⁵⁴[H 1914], S. 211.

⁵⁵[Fr 1906], [Ri 1907, 1908].

⁵⁶NL HAUSDORFF: Kapsel 24: Fasz. 71, Bl. 4.

⁵⁷Ebd., Bl. 31.

Wenn man diese Zitate Revue passieren läßt, könnte man zunächst verwundert sein, daß HAUSDORFF keinen Versuch gemacht hat, „das Fundament des Fundamentes“ (*Grundzüge*, S. 1) auch zu sichern, d. h. die Mengenlehre selbst axiomatisch aufzubauen. Er kannte natürlich ZERMELOS Axiomatisierung, hielt diesen Versuch aber noch nicht für abgeschlossen:

Den [...] notwendigen Versuch, den Prozeß der uferlosen Mengenbildung durch geeignete Forderungen einzuschränken, hat E. ZERMELO unternommen. Da indessen diese äußerst scharfsinnigen Untersuchungen noch nicht als abgeschlossen gelten können und da eine Einführung des Anfängers in die Mengenlehre auf diesem Wege mit großen Schwierigkeiten verbunden sein dürfte, so wollen wir hier den naiven Mengenbegriff zulassen, dabei aber tatsächlich die Beschränkungen innehalten, die den Weg zu jenem Paradoxon abschneiden.⁵⁸

Gewiß wird es HAUSDORFF nicht entgangen sein, daß ZERMELOS Begriff der „definiten Eigenschaft“ an Präzision zu wünschen übrig ließ.⁵⁹ Im weiteren Verlauf der *Grundzüge* geht HAUSDORFF auf Grundlagenfragen nicht mehr ein.⁶⁰

Die *Grundzüge der Mengenlehre* waren in einer bereits spannungsgeladenen Zeit am Vorabend des I. Weltkrieges erschienen. Im August 1914 begann der Krieg, der auch das wissenschaftliche Leben in Europa in dramatischer Weise in Mitleidenschaft zog. Unter diesen Umständen konnte HAUSDORFFS Buch in den ersten fünf bis sechs Jahren nach seinem Erscheinen kaum wirksam werden. Nach dem Kriege schickte sich eine junge, neue Generation von Forschern an, die Anregungen aufzunehmen, die in diesem Werk in so reichem Maße enthalten waren, wobei ohne Zweifel

⁵⁸[H 1914], S. 2.

⁵⁹S. dazu [Fe 1979], S. 3–8 und S. 49–91.

⁶⁰S. dazu insbesondere P. КОЕРКЕ: *Metamathematische Aspekte der Hausdorffschen Mengenlehre*. In: [Br 1996], S. 71–106. Dort wird auch eine interessante Parallele zwischen mengentheoretischem Relativismus und erkenntnistheoretischem Relativismus im *Chaos in kosmischer Auslese* hergestellt.

die Topologie im Mittelpunkt des Interesses stand. Eine besondere Rolle bei der Rezeption der HAUSDORFFSchen Ideen spielte die 1920 in Polen gegründete Zeitschrift *Fundamenta Mathematicae*. Sie war eine der ersten mathematischen Spezialzeitschriften mit den Schwerpunkten Mengenlehre, Topologie, Theorie der reellen Funktionen, Maß- und Integrationstheorie, Funktionalanalysis, Logik und Grundlagen der Mathematik. Ein besonderes Gewicht hatte in diesem Spektrum die allgemeine Topologie. HAUSDORFFS *Grundzüge* waren in *Fundamenta Mathematicae* vom ersten Bande an in bemerkenswerter Häufigkeit präsent. Von den 558 Arbeiten (HAUSDORFFS eigene drei Arbeiten nicht gerechnet), die in den ersten 20 Bänden von 1(1920) bis 20(1933) erschienen sind, haben 88 die *Grundzüge* zitiert. Dabei muß man noch berücksichtigen, daß HAUSDORFFS Begriffsbildungen zunehmend Allgemeingut wurden, so daß sie auch in einer Reihe von Arbeiten verwendet werden, die ihn nicht explizit nennen.

Auch die russische topologische Schule, die von PAUL ALEXANDROFF und PAUL URYSOHN begründet wurde, fußte in starkem Maße auf HAUSDORFFS *Grundzügen*. Davon zeugt der in HAUSDORFFS Nachlaß erhalten gebliebene Briefwechsel mit ALEXANDROFF und URYSOHN (nach URYSOHNS frühem Tod mit ALEXANDROFF allein); davon zeugt z. B. auch URYSOHNS *Mémoire sur les multiplicités Cantoriennes* ([U 1925/1926]), eine Arbeit vom Umfang eines Buches, in der URYSOHN seine Dimensionstheorie entwickelt und in der die *Grundzüge* nicht weniger als 60 mal zitiert werden.

Noch lange nach dem II. Weltkrieg hat ein lebhafter Bedarf nach HAUSDORFFS Buch bestanden. Das zeigen die drei Nachdrucke bei Chelsea aus den Jahren 1949, 1965 und 1978.

Im Jahre 1916 lösten HAUSDORFF und ALEXANDROFF unabhängig voneinander das Kontinuumproblem für Borelmengen⁶¹: Jede Borelmenge in einem vollständigen separablen metrischen Raum ist entweder höchstens abzählbar oder sie hat die Mäch-

⁶¹[H 1916], [A 1916]. Den Ausdruck „Borelsche Menge“ im heutigen Sinne führte HAUSDORFF in den *Grundzügen* ein. SCHOENFLIES hatte lediglich G_δ -Mengen als Borelsche Mengen bezeichnet.

tigkeit des Kontinuums. Dieses Resultat verallgemeinert den Satz von CANTOR-BENDIXSON, der eine solche Aussage für abgeschlossene Mengen des \mathbb{R}^n macht. Für lineare G_δ -Mengen hatte W. H. YOUNG 1903⁶², für $G_{\delta\sigma\delta}$ -Mengen HAUSDORFF 1914 in den *Grundzügen* ein entsprechendes Resultat erzielt. Der Satz von ALEXANDROFF und HAUSDORFF war ein kräftiger Impuls für die weitere Entwicklung der deskriptiven Mengenlehre.⁶³

Aus den Veröffentlichungen HAUSDORFFs in der Greifswalder Zeit ragt die Arbeit *Dimension und äußeres Maß*⁶⁴ besonders hervor. Sie ist bis heute hoch aktuell geblieben und die in den letzten Jahren wohl meistzitierte mathematische Originalarbeit aus dem Jahrzehnt von 1910 bis 1920. Es sei \mathcal{U} ein System beschränkter Mengen des \mathbb{R}^q , so daß man jede Menge $A \subset \mathbb{R}^q$ durch die Vereinigung höchstens abzählbar vieler Mengen $U \in \mathcal{U}$ mit Durchmessern $d(U) < \varepsilon$ ($\varepsilon > 0$ beliebig) überdecken kann. $\lambda(x)$ sei eine stetige, streng monoton wachsende, nichtnegative Funktion auf $[0, \infty)$. Für $A \subset \mathbb{R}^q$ bildet man

$$L_\varepsilon^\lambda(A) = \inf \left\{ \sum_{n \geq 1} \lambda(d(U_n)) : A \subset \bigcup_{n \geq 1} U_n, d(U_n) < \varepsilon \right\}$$

und $L^\lambda(A) = \lim_{\varepsilon \downarrow 0} L_\varepsilon^\lambda(A).$

Dann heißt $L^\lambda(A)$ das HAUSDORFF-Maß zur Funktion $\lambda(x)$. HAUSDORFF nennt eine Menge A von der Dimension $[\lambda]$, wenn

$$0 < L^\lambda(A) < \infty$$

gilt. Das grundlegende und schwierige Problem ist nun folgendes: Gibt es zu vorgegebener Funktion λ stets Mengen $A \subset \mathbb{R}^q$ mit Dimension $[\lambda]$? HAUSDORFF konnte zeigen, daß dies zu bejahen ist für jede streng monoton wachsende, streng konkave, stetige

⁶²[Y 1903].

⁶³[AH 1935], S. 20. Für nähere Angaben s. den Kommentar von V. KANOVEI und P. КОЕПКЕ in [H 2002], S. 779–782 und in [H 2007], S. 439–442.

⁶⁴[H 1919a].

Funktion $\lambda(x) : [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ mit $\lambda(0) = 0$ und $\lim_{x \rightarrow \infty} \lambda(x) = \infty$. Für $\lambda(x) = x^p$, p reell, > 0 erhält man diejenigen Begriffe, die üblicherweise als HAUSDORFF-Maß und HAUSDORFF-Dimension bezeichnet werden; die HAUSDORFF-Dimension einer Menge A ist dann diejenige reelle Zahl α , für die

$$\alpha = \sup\{p > 0 : L^{(p)}(A) = \infty\} = \inf\{p > 0 : L^{(p)}(A) = 0\},$$

wobei $L^{(p)} = L^\lambda$ mit $\lambda(x) = x^p$ ist. HAUSDORFFs Dimensionsbegriff ist ein feines Instrument zur Charakterisierung und Vergleichung „stark zerklüfteter Mengen“. Die Begriffsbildungen aus *Dimension und äußeres Maß* haben Anwendungen und Fortentwicklungen in zahlreichen Gebieten erfahren wie z. B. in der Theorie der dynamischen Systeme, der geometrischen Maßtheorie, der Theorie selbstähnlicher Mengen und Fraktale, der Theorie stochastischer Prozesse, der harmonischen Analyse, der Potentialtheorie und der Zahlentheorie.⁶⁵ Leider brachte es der Boom der „Fraktaltheorie“ auch mit sich, daß HAUSDORFFs Begriffsbildungen und ihre Konsequenzen öfter mißverstanden und mißinterpretiert wurden.⁶⁶

Die Universität Greifswald war eine kleine preußische Provinzuniversität mit lediglich lokaler Bedeutung. Das mathematische Institut war klein; im Sommersemester 1916 und im Wintersemester 1916/17 war HAUSDORFF der einzige Mathematiker in Greifswald! Dies brachte es mit sich, daß er in der Lehre durch die Grundvorlesungen fast vollständig ausgelastet war. Es bedeutete eine wesentliche Verbesserung seiner wissenschaftlichen Situation, als HAUSDORFF 1921 nach Bonn berufen wurde. Hier konnte er eine thematisch weitgespannte Lehrtätigkeit entfalten und immer wieder über neueste Forschungen vortragen. Besonders bemer-

⁶⁵Zur Wirkungsgeschichte von *Dimension und äußeres Maß* s. die Artikel von BANDT/HAASE und BOTHE/SCHMELING in [Br 1996], S. 149–183 und S. 229–252 sowie den Kommentar von S.D. CHATTERJI in [H 2001], S. 44–54 und die in diesen Arbeiten angegebene Literatur.

⁶⁶S. dazu K. STEFFEN: *Hausdorff-Dimension, reguläre Mengen und total irreguläre Mengen*. In: [Br 1996], S. 185–227.

kenswert ist z. B. eine Vorlesung über Wahrscheinlichkeitstheorie⁶⁷ vom Sommersemester 1923, in der er diese Theorie axiomatisch-maßtheoretisch begründete, und dies 10 Jahre vor A. N. KOLMOGOROFFS *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. In Bonn hatte HAUSDORFF mit EDUARD STUDY und später mit OTTO TOEPLITZ herausragende Mathematiker als Kollegen und auch als Freunde.

In die zweite Bonner Zeit fallen bedeutende analytische Arbeiten HAUSDORFFS. In [H 1921] entwickelt er eine ganze Klasse von Summationsmethoden für divergente Reihen, die heute HAUSDORFF-Verfahren genannt werden.⁶⁸ Die klassischen Verfahren von HÖLDER und CÉSARO erwiesen sich als spezielle HAUSDORFF-Verfahren. Jedes HAUSDORFF-Verfahren ist durch eine Momentfolge gegeben; in diesem Zusammenhang gab HAUSDORFF eine elegante Lösung des Momentenproblems für ein endliches Intervall unter Umgehung der Theorie der Kettenbrüche. In [H 1923b] behandelte er speziellere Momentenprobleme für ein endliches Intervall (etwa mit gewissen Einschränkungen für die erzeugende Dichte $\varphi(x)$, z. B. $\varphi(x) \in L^p[0, 1]$). Kriterien für Lösbarkeit und Bestimmtheit von Momentenproblemen haben HAUSDORFF viele Jahre beschäftigt, wie hunderte Seiten an Studien in seinem Nachlaß bezeugen.⁶⁹

Ein bedeutender Beitrag zu der sich in den zwanziger Jahren herausbildenden Funktionalanalysis war HAUSDORFFS Übertragung des Satzes von FISCHER-RIESZ auf L^p -Räume in [H 1923 a]. Er bewies dort die heute nach ihm und W. H. YOUNG benannten Ungleichungen:⁷⁰ Sind a_n die Fourierkoeffizienten von

⁶⁷NL HAUSDORFF: Kapsel 21: Fasz. 64, vollständig abgedruckt und ausführlich kommentiert in [H 2005], S. 595–756.

⁶⁸In HARDYS Klassiker [Har 1949] ist den HAUSDORFF-Verfahren ein ganzes Kapitel gewidmet.

⁶⁹Zum Gesamtkomplex dieser Arbeiten und Nachlaßstudien s. [H 2001], S. 105–171, 191–235, 255–267 und 339–373.

⁷⁰YOUNG hatte sie für den Spezialfall $p = 2n$, $n = 2, 3, \dots$ bewiesen.

$f \in L^q(0, 2\pi)$, $q \leq 2$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$, so gilt

$$\left(\sum_{-\infty}^{\infty} |a_n|^p \right)^{\frac{1}{p}} \leq \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |f|^q dx \right)^{\frac{1}{q}}.$$

Ist $\sum_{-\infty}^{\infty} |a_n|^q$ konvergent, so gibt es ein $f \in L^p(0, 2\pi)$ mit den Fourierkoeffizienten a_n und es gilt

$$\left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |f|^p dx \right)^{\frac{1}{p}} \leq \left(\sum_{-\infty}^{\infty} |a_n|^q \right)^{\frac{1}{q}}.$$

Die HAUSDORFF-YOUNG'schen Ungleichungen sind Ausgangspunkt weitreichender neuer Entwicklungen geworden.⁷¹

1927 erschien HAUSDORFF's Buch *Mengenlehre*. Es war als 2. Auflage der *Grundzüge* deklariert, in Wirklichkeit aber ein vollkommen neues Buch. Da der Umfang wegen des Erscheinens in Göschens Lehrbücherei gegenüber den *Grundzügen* erheblich eingeschränkt war, waren große Teile der Theorie der geordneten Mengen und die Maß- und Integrationstheorie weggefallen. „Mehr als diese Streichungen wird vielleicht bedauert werden“ – so HAUSDORFF im Vorwort –

daß ich zu weiterer Raumersparnis in der Punktmengenlehre den *topologischen* Standpunkt, durch den sich die erste Auflage anscheinend viele Freunde erworben hat, aufgegeben und mich auf die einfachere Theorie der *metrischen* Räume beschränkt habe, [...]⁷²

In der Tat haben dies einige Rezensenten des Werkes ausdrücklich bedauert. Gewissermaßen als Ausgleich hat HAUSDORFF hier erstmalig den damals aktuellen Stand der deskriptiven Mengenlehre dargestellt. Diese Tatsache sicherte dem Buch eine fast ebenso intensive Rezeption, wie sie die *Grundzüge* erfahren hatten, vor

⁷¹S. dazu den Kommentar von S. D. CHATTERJI in [H 2001], S. 182–190.

⁷²[H 1927], S. 5–6.

allem in *Fundamenta Mathematicae*. Als Lehrbuch war es sehr beliebt; 1935 erschien eine erweiterte Neuauflage; diese wurde 1944 bei Dover nachgedruckt. Eine englische Übersetzung erschien 1957 mit Nachauflagen 1962, 1978 und 1991. Es gibt auch eine russische Ausgabe (1937), welche allerdings nur teilweise eine treue Übersetzung, teilweise eine Neubearbeitung durch ALEXANDROFF und KOLMOGOROFF ist, die den topologischen Standpunkt wieder mehr in den Vordergrund rückten.⁷³

1928 erschien eine Rezension der *Mengenlehre* aus der Feder von HANS HAHN.⁷⁴ Möglicherweise hatte HAHN schon die Gefahr des deutschen Antisemitismus im Auge, wenn er diese Besprechung mit folgendem Satz schloß:

Eine in jeder Hinsicht mustergültige Darstellung eines schwierigen und dornigen Gebietes; ein Werk von der Art derer, die den Ruhm der deutschen Wissenschaft über die Welt getragen haben und auf das mit dem Verfasser alle deutschen Mathematiker stolz sein dürfen.⁷⁵

Der Antisemitismus wurde mit der Machtübernahme durch die Nationalsozialisten Staatsdoktrin. Von dem 1933 erlassenen berüchtigten „Gesetz zur Wiederherstellung des Berufsbeamtentums“ war HAUSDORFF zunächst nicht unmittelbar betroffen, da er schon vor 1914 deutscher Beamter war. Es blieb jedoch auch ihm vermutlich nicht erspart, daß eine seiner Vorlesungen von nationalsozialistischen Studentenfunktionären gestört wurde. Im Manuskript der Vorlesung *Infinitesimalrechnung III* vom Wintersemester 1934/35 steht auf Blatt 16: „Abgebrochen 20. 11.“⁷⁶ Unter der Überschrift „Partei erzieht den politischen Studenten“ berichtet der „Westdeutsche Beobachter“ am 22. 11. 1934, daß an der Bonner Universität „in diesen Tagen“ eine Arbeitstagung des nationalsozia-

⁷³Die *Mengenlehre* ist in [H 2007] vollständig abgedruckt (S. 41–351). Eine historische Einführung (S. 1–40) informiert über Entstehung und Rezeption, ausführliche Zeilenkommentare (S. 352–398) geben Erläuterungen mathematischer und historischer Art zum Text.

⁷⁴Vollständig abgedruckt in [H 2007], S. 416–417.

⁷⁵[Ha 1928], S. 58.

⁷⁶NL HAUSDORFF: Kapsel 19: Fasz. 59.

listischen Studentenbundes stattgefunden habe. Der Schwerpunkt der Arbeit in diesem Semester sei das Thema „Rasse und Volkstum“. Die Vermutung liegt sehr nahe, daß HAUSDORFFs Abbruch der Vorlesung mit diesem Ereignis zusammenhängt, denn er hat nie sonst in seiner langen Laufbahn als Hochschullehrer eine Vorlesung abgebrochen, ausgenommen während des Kapp-Putsches.

Zum 31. 3. 1935 wurde HAUSDORFF nach einigem Hin und Her schließlich doch noch regulär emeritiert. Ein Wort des Dankes für 40 Jahre erfolgreiche Arbeit im deutschen Hochschulwesen fanden die damals Verantwortlichen nicht. Er arbeitete unermüdlich weiter und publizierte neben der schon erwähnten erweiterten Neuauflage seiner *Mengenlehre* noch sieben Arbeiten zur Topologie und deskriptiven Mengenlehre, die alle in polnischen Zeitschriften erschienen: eine in *Studia Mathematica*, die übrigen in *Fundamenta Mathematicae*. Der hier zur Verfügung stehende Raum erlaubt es nur, ganz kurz auf einige dieser Arbeiten einzugehen; sie sind alle im Band III der Gesammelten Werke ([H 2007]) abgedruckt und eingehend kommentiert worden.

In seiner letzten Arbeit [H 1938] zeigt HAUSDORFF, daß eine stetige Abbildung von einer abgeschlossenen Teilmenge F eines metrischen Raumes E auf ganz E erweitert werden kann (gegebenenfalls muß der Bildraum erweitert werden). Insbesondere kann jeder Homöomorphismus von F zu einem Homöomorphismus auf ganz E erweitert werden. Diese Arbeit setzt Untersuchungen früherer Jahre fort ([H 1919b], [H 1930]). In [H 1919b] hatte HAUSDORFF unter anderem einen neuen einfachen Beweis für den TIETZESchen Erweiterungssatz gegeben. In [H 1930] zeigte er folgendes: Ist E ein metrischer Raum und $F \subset E$ abgeschlossen und wird auf F eine neue Metrik eingeführt, ohne die Topologie zu ändern, so kann die neue Metrik unter Erhaltung der alten Topologie auf den ganzen Raum ausgedehnt werden. In [H 1935b] betrachtet HAUSDORFF Räume, welche die KURATOWSKischen Hüllenaxiome bis auf das Axiom der Idempotenz des Hüllenoperators erfüllen. Er nennt sie gestufte Räume (heute oft als closure spaces bezeichnet) und benutzt sie, um die Beziehungen zwischen den FRÉCHETschen Limesräumen und den topologischen Räumen zu studieren.

Auch der Nachlaß HAUSDORFFS zeigt, daß er in den immer schwieriger werdenden Zeiten ständig mathematisch arbeitete und die aktuelle Entwicklung auf den ihn interessierenden Gebieten zu verfolgen suchte. Dabei hat ihn ERICH BESSEL-HAGEN selbstlos unterstützt, indem er nicht nur der Familie HAUSDORFF in Freundschaft die Treue hielt, sondern auch Bücher und Zeitschriften aus der Institutsbibliothek besorgte, die HAUSDORFF als Jude nicht mehr betreten durfte.

Mehrere Artikel würden nicht ausreichen, um alle die perfiden Gesetze, Verordnungen, Durchführungsbestimmungen usw. zu nennen, welche zum Zweck der Diskriminierung, Isolierung, Enteignung und Entrechtung der Juden erlassen und durchgesetzt wurden; die Historiker haben sie gezählt – es sind bis zum Novemberpogrom 1938 schon über 500 gewesen. Man fragt sich, warum HAUSDORFF als ein international anerkannter Gelehrter unter diesen Bedingungen zunächst nicht versucht hat zu emigrieren. Die Antwort bleibt Vermutung: Hier war sein Haus, seine Bibliothek, seine Arbeitsmöglichkeit, einige treue Freunde, und obwohl in seiner Geisteshaltung immer ein Skeptiker, hatte selbst er es wohl nicht für möglich gehalten, daß das Regime sogar Menschen im Greisenalter ihre in einem langen Leben erarbeiteten Existenzgrundlagen entziehen und ihnen schließlich selbst nach dem Leben trachten würde. Das Novemberpogrom, die sogenannte Reichskristallnacht, machte aber gerade dies mit unverhüllter Brutalität deutlich. Der über 70-jährige unternahm nun einen Versuch zu emigrieren. In einem Brief vom 10. 2. 1939 schreibt RICHARD COURANT an HERMANN WEYL:

Dear Weyl, I just received the enclosed short and very touching letter from Professor Felix Hausdorff (which please return), who is seventy years old and whose wife is sixty-five years old. He certainly is a mathematician of very great merit and still quite active. He asks me whether it would be possible to find a research fellowship for him.⁷⁷

⁷⁷Courant papers, Bobst Library. Wir verdanken die Kopie dieses Briefes Herrn R. SIEGMUND-SCHULTZE, Kristiansand. Den Originalbrief HAUSDORFFS konnte Herr SIEGMUND-SCHULTZE nicht auffinden.

In einer Stellungnahme von WEYL und von JOHN V. NEUMANN, die vermutlich für amerikanische Stellen oder Kollegen gedacht war, hebt WEYL HAUSDORFFs große Verdienste um die Mathematik hervor, dann heißt es: „A man with a universal intellectual outlook, and a person of great culture and charm.“ WEYLS und VON NEUMANNs Bemühungen haben aber offenbar keinen Erfolg gehabt.

Über die Demütigungen, denen HAUSDORFF und seine Familie insbesondere nach dem November 1938 ausgesetzt waren, wissen wir einiges aus verschiedenen Quellen, z. B. aus den Briefen von BESSEL-HAGEN.⁷⁸ Mitte 1941 schließlich wurde damit begonnen, die Bonner Juden in das Kloster „Zur ewigen Anbetung“ in Bonn-Endenich, aus dem man die Nonnen vertrieben hatte, zu deportieren. Von dort erfolgten später die Transporte in die Vernichtungslager im Osten. Nachdem FELIX HAUSDORFF, seine Frau und die bei ihnen lebende Schwester seiner Frau, EDITH PAPPENHEIM, im Januar 1942 den Befehl erhalten hatten, in das Endenicher Lager überzusiedeln, schieden sie gemeinsam am 26. Januar 1942 durch Einnahme einer Überdosis Veronal aus dem Leben. Ihre letzte Ruhestätte befindet sich auf dem Friedhof in Bonn-Poppelsdorf.

Manche seiner jüdischen Mitbürger haben sich möglicherweise über das Lager Endenich noch Illusionen gemacht; HAUSDORFF selbst nicht. E. NEUENSCHWANDER entdeckte im Nachlaß BESSEL-HAGEN auch den Abschiedsbrief, den HAUSDORFF an den jüdischen Rechtsanwalt HANS WOLLSTEIN schrieb⁷⁹; wir geben hier den Anfang und das Ende dieses Briefes wieder:

Lieber Freund Wollstein!

Wenn Sie diese Zeilen erhalten, haben wir Drei das Problem auf andere Weise gelöst – auf die Weise, von der Sie uns beständig abzubringen versucht haben. Das Gefühl der Geborgenheit, das Sie uns vorausgesagt haben, wenn wir erst einmal die Schwierigkeiten des Umzugs überwunden

⁷⁸NEUENSCHWANDER, E.: *Felix Hausdorffs letzte Lebensjahre nach Dokumenten aus dem Bessel-Hagen-Nachlaß*. In: [Br 1996], S. 253–270.

⁷⁹NL BESSEL-HAGEN, Universitätsarchiv Bonn. Abgedruckt in [Br 1996], S. 263–264 und im Faksimile S. 265–267.

hätten, will sich durchaus nicht einstellen, im Gegenteil:
auch Eendenich

Ist noch vielleicht das Ende nich!

Was in den letzten Monaten gegen die Juden geschehen ist, erweckt begründete Angst, dass man uns einen für uns erträglichen Zustand nicht mehr erleben lassen wird.

Nach dem Dank an Freunde und nachdem er in großer Gefäßtheit letzte Wünsche bezüglich Bestattung und Testament geäußert hat, schreibt HAUSDORFF weiter:

Verzeihen Sie, dass wir Ihnen über den Tod hinaus noch Mühe verursachen; ich bin überzeugt, dass Sie tun, was Sie tun *können* (und was vielleicht nicht sehr viel ist). Verzeihen Sie uns auch unsere Desertion! Wir wünschen Ihnen und allen unseren Freunden, noch bessere Zeiten zu erleben.

Ihr treu ergebener
Felix Hausdorff

Es bleibt noch hinzuzufügen, daß sich dieser letzte Wunsch HAUSDORFFS nicht erfüllte: Rechtsanwalt WOLLSTEIN wurde in Auschwitz ermordet.

HAUSDORFFS Bibliothek wurde von seinem Schwiegersohn und alleinigen Erben ARTHUR KÖNIG verkauft. Der handschriftliche Nachlaß wurde von einem Freund der Familie, dem Bonner Ägyptologen HANS BONNET, zur Aufbewahrung übernommen. BONNET schildert in [Bo 1967] das weitere Schicksal des Nachlasses:

Gerettet waren sie [die Manuskripte – d. Verf.] noch nicht; denn im Dezember 1944 zerstörte eine Sprengbombe meine Wohnung und die Manuskripte versanken im Schutt einer zusammenstürzenden Mauer. Aus ihm barg ich sie, ohne auf ihre Ordnung achten zu können, und gewiß auch nicht ohne Verluste. Dann mußte ich im Januar 1945 selbst Bonn verlassen [...]. Als ich im Sommer 1946 zurückkehrte, war das Mobiliar fast völlig verschwunden. Dagegen waren die Papiere Hausdorffs im wesentlichen erhalten geblieben. Sie waren eben für Schatzgräber wertlos. Verluste werden sie

immerhin erlitten haben und vollends geriet die Folge loser Blätter immer mehr durcheinander. Aus dem wohlgeordneten Kosmos war ein Chaos geworden.⁸⁰

Es ist das große Verdienst des verstorbenen Professors GÜNTER BERGMANN (Münster), den nach offensichtlichen Verlusten (z. B. sind nur relativ wenig Briefe erhalten geblieben) noch vorhandenen Nachlaß im Umfang von 25978 Blatt in jahrelanger Kleinarbeit geordnet, durch sachgemäße Aufbewahrung physisch gesichert und 1980 an die Universitätsbibliothek Bonn übergeben zu haben. BERGMANN publizierte auch eine Reihe von Stücken in zwei Faksimile-Bänden.⁸¹

Am 26. Januar 1992 jährte sich HAUSDORFFS Todestag zum 50. Male. Aus diesem Anlaß wurde auf Initiative und unter Leitung von E. BRIESKORN in Bonn eine Ausstellung gestaltet, die auf großes Interesse, auch in nichtmathematischen Kreisen, stieß. Als Ergebnis eines aus dem gleichen Anlaß stattfindenden Kolloquiums entstand der schon mehrfach zitierte Sammelband [Br 1996]. Parallel zu diesen Aktivitäten gab es Bemühungen, die Arbeit an einer Werkausgabe HAUSDORFFS in Gang zu bringen. Zur Vorbereitung wurde auf Anregung von F. HIRZEBRUCH bei der Nordrhein-Westfälischen Akademie der Wissenschaften eine HAUSDORFF-Kommission gegründet, deren Leitung R. REMMERT übernahm. Diese Kommission bereitete die notwendigen Schritte inhaltlich und organisatorisch vor. In der Zeit vom 1. 11. 1993 bis Ende 1995 wurde der Nachlaß HAUSDORFFS von W. PURKERT katalogisiert. Es entstand als Voraussetzung für die Editionsarbeit ein umfangreiches Findbuch, in dem alle Stücke inhaltlich beschrieben sind.⁸² Im November 1996 konnte mit Unterstützung der DFG die Werkausgabe in Angriff genommen werden. In die-

⁸⁰[Bo 1967], S. 76 (152).

⁸¹[H 1969].

⁸²Das Findbuch ist unter der Adresse:

www.aic.uni-wuppertal.de/fb7/hausdorff/findbuch.asp im Internet zugänglich. Man kann dort auch recherchieren, z. B. kann man feststellen, ob, und wenn ja, in welchen Faszikeln, etwa eine interessierende Person oder ein interessierender Begriff vorkommt.

ser Ausgabe werden alle publizierten astronomischen und mathematischen Arbeiten wieder abgedruckt und sorgfältig kommentiert. Der Nachlaß kann nur selektiv ediert werden; er spielt auch für die Kommentierung eine wichtige Rolle. Es war von Beginn an unbestritten, daß auch das unter Pseudonym veröffentlichte philosophisch-literarische Werk in die Edition aufgenommen und kommentiert wird. An der Edition arbeiteten bzw. arbeiten 16 Mathematiker, vier Mathematikhistoriker, zwei Literaturwissenschaftler, ein Philosoph und ein Astronom mit. Die Mitarbeiter kommen aus Deutschland, der Schweiz, Rußland, der Tschechischen Republik und Österreich. Seit 1. 1. 2002 wird die HAUSDORFF-Edition als Akademie-Projekt bei der Nordrhein-Westfälischen Akademie geführt. Verantwortliche Herausgeber der Gesamtausgabe sind E. BRIESKORN, F. HIRZEBRUCH, R. REMMERT, W. PURKERT und E. SCHOLZ. Eine besondere Schwierigkeit – aber auch ein besonderer Reiz – liegt in der Interdisziplinarität des Vorhabens: Es kommt einerseits darauf an, den Einflüssen nachzuspüren, die HAUSDORFFs philosophisches und literarisches Werk auf seine Mathematik hatte und die insbesondere die fundamentalen Veränderungen am Übergang zur mathematischen Moderne berühren. Andererseits klingen im philosophischen Werk und gelegentlich im künstlerischen auch mathematische Ideen an – gerade in der Lyrik oft mehrfach gebrochen und keineswegs leicht zugänglich.

Der Edition liegt folgende Bandstruktur zugrunde:

Band I : Biographie. HAUSDORFF als akademischer Lehrer. Arbeiten über geordnete Mengen

Band II : *Grundzüge der Mengenlehre* (1914)

Band III : *Mengenlehre* (1927, 1935). Arbeiten zur deskriptiven Mengenlehre und Topologie

Band IV : Analysis, Algebra und Zahlentheorie

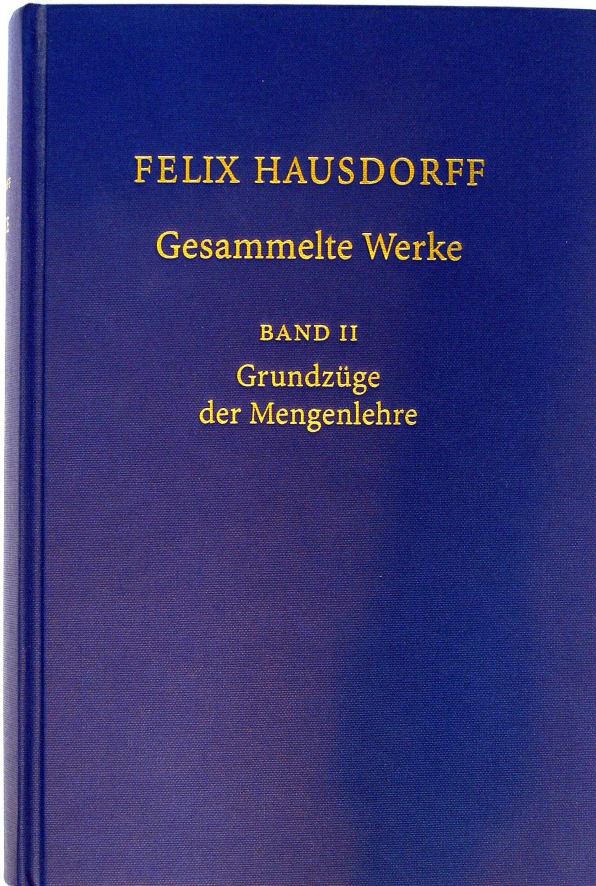
Band V : Astronomie, Optik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Band VI : Geometrie, Raum und Zeit

Band VII : Philosophisches Werk (*Sant' Ilario* (1897). *Das Chaos in kosmischer Auslese* (1898). Essays zu NIETZSCHE)

Band VIII : Literarisches Werk (*Ekstasen, Der Arzt seiner Ehre,* Essays)

Band IX : Korrespondenz



Der Springer-Verlag hat die verlegerische Betreuung der HAUSDORFF-Edition übernommen. Bereits erschienen sind die Bände IV (2001), II (2002), VII (2004), V (2005), III (2008). Der Verlag hat sich sehr um eine schöne Ausstattung der Bände bemüht. Jeder Band enthält ein vollständiges Schriftenverzeichnis HAUSDORFFS einschließlich der unter Pseudonym publizierten Werke. Ein Blick in dieses Verzeichnis zeigt, daß eine Reihe von Arbeiten hier gar nicht erwähnt werden konnte, z. B. die über Algebra (u. a. die BAKER-CAMPBELL-HAUSDORFF-Formel) und weitere wichtige analytische und topologische Arbeiten. Diesbezüglich muß auf die erschienenen Bände verwiesen werden.

Literatur

- [A 1916] ALEXANDROFF, P.: *Sur la puissance des ensembles mesurables* B. Comptes rendus Acad. Sci. Paris **162** (1916), 323–325.
- [AH 1935] ALEXANDROFF, P.; HOPF, H.: *Topologie*. Springer-Verlag, Berlin 1935.
- [BP 1987] BECKERT, H.; PURKERT, W. (Hrsg.): *Leipziger mathematische Antrittsvorlesungen*. Teubner-Archiv zur Mathematik, Band 8, Leipzig 1987.
- [Bl 1921] BLUMBERG, H.: *Hausdorff's Grundzüge der Mengenlehre*. Bull. of the AMS **27** (1921), 116–129. WA: [H 2002], 844–853.
- [Bo 1967] BONNET, H.: *Geleitwort*. Jahresbericht der DMV **69** (1967), 75 (151)–76(152).
- [Br 1996] BRIESKORN, E. (Hrsg.): *Felix Hausdorff zum Gedächtnis. Aspekte seines Werkes*. Vieweg, Braunschweig/ Wiesbaden 1996.
- [Ch 2002] CHATTERJI, S. D.: *Hausdorff als Maßtheoretiker*. Math. Semesterberichte **49** (2002), 129–143.

- [D 1967] DIERKESMANN, M.: *Felix Hausdorff. Ein Lebensbild.* Jahresbericht der DMV **69** (1967), 51(127)–54(130).
- [Eb 2007] EBBINGHAUS, H.-D.: *Ernst Zermelo. An approach to his life and work.* Springer, Berlin etc. 2007.
- [ET 1994] EICHHORN, E.; THIELE, E.-J.: *Vorlesungen zum Gedenken an Felix Hausdorff.* Helderermann Verlag, Berlin 1994.
- [F 1948] FECHTER, P.: *Menschen und Zeiten.* Bertelsmann, Gütersloh 1948.
- [Fe 1979] FELGNER, U. (Hrsg.): *Mengenlehre.* Wiss. Buchges., Darmstadt 1979.
- [Fr 1906] FRÉCHET, M.: *Sur quelques points du calcul fonctionnel.* Rendiconti del Circolo Mat. di Palermo **22** (1906), 1–74.
- [H 1891] HAUSDORFF, F.: *Zur Theorie der astronomischen Strahlenbrechung* (Dissertation). Ber. über die Verhandlungen der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Classe **43** (1891), 481–566.
- [H 1895] HAUSDORFF, F.: *Über die Absorption des Lichtes in der Atmosphäre* (Habilitationsschrift). Ber. über die Verhandlungen der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Classe **47** (1895), 401–482.
- [H 1896] HAUSDORFF, F.: *Infinitesimale Abbildungen der Optik.* Ber. über die Verhandlungen der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Classe **48** (1896), 79–130.
- [H 1897a] HAUSDORFF, F. (P. MONGRÉ): *Sant' Ilario – Gedanken aus der Landschaft Zarathustras.* Verlag C. G. Naumann, Leipzig. VIII + 379 S. Wiederabdruck des Gedichts „Der Dichter“ und der Aphorismen 293, 309, 313, 324, 325, 337, 340, 346, 349 in *Der Zwiebfisch* **3** (1911), S. 80 u. 88–90.

- [H 1897b] HAUSDORFF, F. (P. MONGRÉ): *Sant' Ilario – Gedanken aus der Landschaft Zarathustras*. Selbstanzeige, Die Zukunft, 20.11.1897, 361.
- [H 1897c] HAUSDORFF, F.: Das Risiko bei Zufallsspielen. Ber. über die Verhandlungen der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Classe **49** (1897), 497–548.
- [H 1898] HAUSDORFF, F. (P. MONGRÉ): *Das Chaos in kosmischer Auslese – Ein erkenntniskritischer Versuch*. Verlag C. G. Naumann, Leipzig. VI und 213 S.
- [H 1899] HAUSDORFF, F.: *Analytische Beiträge zur nichteuklidischen Geometrie*. Ber. über die Verhandlungen der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Classe **51** (1899), 161–214.
- [H 1900a] HAUSDORFF, F. (P. MONGRÉ): *Ekstasen*. Gedichtband. Verlag H. Seemann Nachf., Leipzig. 216 S.
- [H 1900b] HAUSDORFF, F.: *Zur Theorie der Systeme komplexer Zahlen*. Ber. über die Verhandlungen der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Classe **52** (1900), 43–61.
- [H 1901a] HAUSDORFF, F.: *Über eine gewisse Art geordneter Mengen*. Ber. über die Verhandlungen der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Classe **53** (1901), 460–475.
- [H 1901b] HAUSDORFF, F.: *Beiträge zur Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Ber. über die Verhandlungen der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Classe **53** (1901), 152–178.
- [H 1902] HAUSDORFF, F. (P. MONGRÉ): *Der Wille zur Macht*. Neue Deutsche Rundschau (Freie Bühne) **13** (12) (1902), 1334–1338.

- [H 1903] HAUSDORFF, F.: *Das Raumproblem* (Antrittsvorlesung an der Universität Leipzig, gehalten am 4.7.1903). Ostwalds Annalen der Naturphilosophie **3** (1903), 1–23.
- [H 1904a] HAUSDORFF, F. (P. MONGRÉ): *Der Arzt seiner Ehre, Grotteske*. Die neue Rundschau (Freie Bühne) **15** (8), (1904), 989–1013. Neuherausgabe als: *Der Arzt seiner Ehre. Komödie in einem Akt mit einem Epilog*. Mit 7 Bildnissen, Holzschnitte von Hans Alexander Müller nach Zeichnungen von Walter Tiemann, 10 Bl., 71 S. Fünfte ordentliche Veröffentlichung des Leipziger Bibliophilen-Abends, Leipzig 1910. Neudruck: S.Fischer, Berlin 1912, 88 S.
- [H 1904b] HAUSDORFF, F.: *Der Potenzbegriff in der Mengenlehre*. Jahresbericht der DMV **13** (1904), 569–571.
- [H 1906] HAUSDORFF, F.: *Untersuchungen über Ordnungstypen I, II, III*. Ber. Über die Verhandlungen der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Klasse **58** (1906), 106–169.
- [H 1907a] HAUSDORFF, F.: *Untersuchungen über Ordnungstypen IV, V*. Ber. über die Verhandlungen der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Klasse **59** (1907), 84–159.
- [H 1907b] HAUSDORFF, F.: *Über dichte Ordnungstypen*. Jahresbericht der DMV **16** (1907), 541–546.
- [H 1908] HAUSDORFF, F.: *Grundzüge einer Theorie der geordneten Mengen*. Math. Annalen **65** (1908), 435–505.
- [H 1909] HAUSDORFF, F.: *Die Graduierung nach dem Endverlauf*. Abhandlungen der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Klasse **31** (1909), 295–334.
- [H 1914] HAUSDORFF, F.: *Grundzüge der Mengenlehre*. Verlag Veit & Co, Leipzig. 476 S. mit 53 Figuren. Nachdrucke: Chelsea Pub. Co. 1949, 1965, 1978.

- [H 1916] HAUSDORFF, F.: *Die Mächtigkeit der Borelschen Mengen*. Math. Annalen **77** (1916), 430–437.
- [H 1919a] HAUSDORFF, F.: *Dimension und äußeres Maß*. Math. Annalen **79** (1919), 157–179.
- [H 1919b] HAUSDORFF, F.: *Über halbstetige Funktionen und deren Verallgemeinerung*. Math. Zeitschrift **5** (1919), 292–309.
- [H 1921] HAUSDORFF, F.: *Summationsmethoden und Momentfolgen I, II*. Math. Zeitschrift **9** (1921), I: 74–109, II: 280–299.
- [H 1923a] HAUSDORFF, F.: *Eine Ausdehnung des Parsevalschen Satzes über Fourierreihen*. Math. Zeitschrift **16** (1923), 163–169.
- [H 1923b] HAUSDORFF, F.: *Momentprobleme für ein endliches Intervall*. Math. Zeitschrift **16** (1923), 220–248.
- [H 1927] HAUSDORFF, F.: *Mengenlehre*, zweite, neubearbeitete Auflage. Verlag Walter de Gruyter & Co., Berlin. 285 S. mit 12 Figuren.
- [H 1930] HAUSDORFF, F.: *Erweiterung einer Homöomorphie*. Fundamenta Mathematicae **16** (1930), 353–360.
- [H 1935a] HAUSDORFF, F.: *Mengenlehre*, dritte Auflage. Mit einem zusätzlichen Kapitel und einigen Nachträgen. Verlag Walter de Gruyter & Co., Berlin. 307 S. mit 12 Figuren. Nachdruck: Dover Pub. New York, 1944. Englische Ausgabe: Set theory. Übersetzung aus dem Deutschen von J.R. Aumann et al. Chelsea Pub. Co., New York 1957, 1962, 1978, 1991.
- [H 1935b] HAUSDORFF, F.: *Gestufte Räume*. Fundamenta Mathematicae **25** (1935), 486–502.
- [H 1938] HAUSDORFF, F.: *Erweiterung einer stetigen Abbildung*. Fundamenta Mathematica **30** (1938), 40–47.

- [H 1969] HAUSDORFF, F.: *Nachgelassene Schriften*. 2 Bände. Ed.: G. BERGMANN, Teubner, Stuttgart 1969. Band I enthält aus dem Nachlaß die Faszikel 510–543, 545–559, 561–577, Band II die Faszikel 578–584, 598–658 (alle Faszikel sind im Faksimiledruck wiedergegeben).
- [H 2001] HAUSDORFF, F.: *Gesammelte Werke. Band IV: Analysis, Algebra und Zahlentheorie*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg etc., 2001.
- [H 2002] HAUSDORFF, F.: *Gesammelte Werke. Band II: „Grundzüge der Mengenlehre“*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg etc. 2002.
- [H 2004] HAUSDORFF, F.: *Gesammelte Werke. Band VII: Philosophisches Werk*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg etc. 2004.
- [H 2005] HAUSDORFF, F.: *Gesammelte Werke. Band V: Astronomie, Optik und Wahrscheinlichkeitstheorie*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg etc. 2005.
- [H 2007] HAUSDORFF, F.: *Gesammelte Werke. Band III: Deskriptive Mengenlehre und Topologie*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg etc. 2007.
- [Ha 1928] HAHN, H.: *F. Hausdorff, Mengenlehre*. Monatshefte für Mathematik und Physik **35** (1928), 56–58.
- [Har 1949] HARDY, G. H.: *Divergent Series*. Oxford Univ. Press, Oxford 1949.
- [JN 1887] *Jahresbericht des Nicolai-Gymnasiums für das Jahr 1887*. Stadtarchiv Leipzig, Bestand Nicolai-Gymnasium.
- [L 1967] LORENTZ, G. G.: *Das mathematische Werk von Felix Hausdorff*. Jahresbericht der DMV **69** (1967), 54 (130)–62 (138).

- [Pu 2004] PURKERT, W.: *Kontinuumproblem und Wohlordnung – die spektakulären Ereignisse auf dem Internationalen Mathematikerkongreß 1904 in Heidelberg*. In: SEISING, R.; FOLKERTS, M.; HASHAGEN, U. (Hrsg.): *Form, Zahl, Ordnung*, Boethius Bd. 48, Franz Steiner Verlag, Wiesbaden 2004, S. 223–241.
- [Ri 1907] RIESZ, F.: *Die Genesis des Raumbegriffs*. Math. und Naturwiss. Berichte aus Ungarn **24** (1907), 309–353.
- [Ri 1908] RIESZ, F.: *Stetigkeitsbegriff und abstrakte Mengenlehre*. Atti del Congr. Internaz. dei Mat., Roma **2** (1908), 18–24.
- [S 1908] SCHOENFLIES, A.: *Die Entwicklung der Lehre von den Punktmannigfaltigkeiten*. Teil II. Jahresbericht der DMV, 2. Ergänzungsband, Teubner, Leipzig 1908.
- [St 2002] STEGMAIER, W.: *Ein Mathematiker in der Landschaft Zarathustras. Felix Hausdorff als Philosoph*. Nietzsche-Studien **31** (2002), 195–240.
- [U 1925/1926] URYSOHN, P.: *Mémoire sur les multiplicités Cantorienes*. Fundamenta Math. **7** (1925), 30–137; **8** (1926), 225–351.
- [V 2000] VOLLHARDT, F.: *Von der Sozialgeschichte zur Kulturwissenschaft? Die literarisch-essayistischen Schriften des Mathematikers Felix Hausdorff (1868–1942): Vorläufige Bemerkungen in systematischer Absicht*. In: HUBER, M.; LAUER, G. (Hrsg.): *Nach der Sozialgeschichte – Konzepte für eine Literaturwissenschaft zwischen Historischer Anthropologie, Kulturgeschichte und Medientheorie*. Max Niemeyer Verlag, Tübingen 2000, S. 551–573.
- [W 1993] WAGON, S.: *The Banach-Tarski Paradox*. Cambridge Univ. Press, Cambridge 1993.
- [Y 1903] YOUNG, W. H.: *Zur Lehre der nicht abgeschlossenen Punktmengen*. Berichte über die Verhandlungen der Königl.

Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig, Math.-Phys. Klasse **55**
(1903), 287–293.