Ein dionysischer Mathematiker: Felix Hausdorff – Paul Mongré

In einer 1921 erschienenen Besprechung vonHAUSDORFFs Hauptwerk *Grundzüge der Mengenlehre* (1914) schreibt der Rezensent, der amerikanische Mathematiker HENRY BLUMBERG:

> It would be difficult to name a volume in any field of mathematics, even in the unclouded domain of number theory, that surpasses the Grundzüge in clearness and precision.[1]

Andererseits lesen wir in einem Brief des Schriftstellers und Übersetzers PAUL LAUTERBACH an den Musiker und Nietzsche-Herausgeber HEINRICH KÖSELITZ (Pseudonym: PETER GAST) im Hinblick auf HAUSDORFF:

> Ein dionysischer Mathematiker, das klingt wunderlich, lassen Sie sich aber etwas von ihm schicken, und Sie wetten mit mir, dass es etwas an ihm zu erleben giebt.[2]

Dionysisch – ein von FRIEDRICH NIETZSCHE häufig verwendeter Begriff – zielt mit Blick auf den griechischen Gott Dionysos, den gott des Weines, der Fruchtbarkeit und der Ekstase, auf das Rauschhafte, Irrationale, Ekstatische im Erlebnis der Welt oder im künstlerischen Schaffen. Ein Mensch, der einerseits mathematische Bücher von unübertroffener Klarheit und Präzision schreibt, der andererseits dionysisch genannt wird, muß eine bemerkenswerte Doppelexistenz sein – und das war HAUSDORFF in der Tat: Als FELIX HAUSDORFF der bedeutende Mathematiker, dessen Werk bis in die neueste Zeit aktuell und einflußreich ist, als PAUL MONGRÉ der Literat, Philosoph und zeitkritische Essayist, den der Publizist PAUL FECHTER in seiner 1948 erschienenen Autobiographie *Menschen und Zeiten* als „eine der merkwürdigsten Erscheinungen der ersten Jahrzehnte des 20. Jahrhunderts" bezeichnet, die „von der jüngeren Generation zu Unrecht vergessen" sei.[3] Natürlich gibt es in dieser Doppelexistenz viele sichtbare und unsichtbare Fäden hinüber und herüber, denen nachzuspüren ist, will man den Menschen HAUSDORFF und sein Werk richtig verstehen.

FELIX HAUSDORFF wurde am 8. November 1868 in Breslau geboren. Sein Vater, der jüdische Kaufmann LOUIS HAUSDORFF (1843–1896), zog im Herbst 1870 mit seiner jungen Familie nach Leipzig und betrieb am Leipziger Brühl im Laufe der Zeit verschiedene Firmen, darunter eine Leinen- und Baumwollwarenhandlung. Er war ein gebildeter Mann und hatte schon

[1] [Bl 1921], S. 116.

[2] PAUL LAUTERBACH: Brief an HEINRICH KÖSELITZ vom 30. 12. 1893. Goethe- und Schillerarchiv Weimar, 102/417.

[3] [Fe 1948], S. 156.

mit 14 Jahren den Morenu-Titel eines Talmudgelehrten errungen. Es gibt mehrere Abhandlungen aus seiner Feder, darunter eine längere Arbeit über die aramäischen Übersetzungen der Bibel aus Sicht des talmudischen Rechts.

HAUSDORFFs Mutter Hedwig (1848–1902; sie wird in verschiedenen Dokumenten auch Johanna genannt) stammte aus der weitverzweigten jüdischen Familie TIETZ. Aus einem Zweig dieser Familie ging auch HERMANN TIETZ hervor, der Begründer der Idee des Warenhauses und spätere Mitinhaber der Warenhauskette „Hermann Tietz“ (in der Zeit der nationalsozialistischen Diktatur unter der Bezeichnung HERTIE „arisiert“).

Von 1878 an besuchte FELIX HAUSDORFF das Nicolai-Gymnasium in Leipzig, eine Einrichtung, die einen ausgezeichneten Ruf als Pflanzstätte humanistischer Bildung hatte. Er war ein ausgezeichneter Schüler, über Jahre Klassenprimus und öfter dadurch geehrt, daß er zu Schulfeiern selbstverfaßte lateinische oder deutsche Gedichte vortragen durfte. In seinem Abiturjahrgang des Jahres 1887 (mit zwei Oberprimen) war er der Einzige, der die Gesamtnote „I“ erreichte. Das Schwergewicht der Gymnasialbildung lag auf den alten Sprachen (ca. 45 % des obligatorischen Unterrichts). HAUSDORFF hatte z.B. in der Abiturprüfung einen lateinischen Aufsatz zu schreiben; das Thema lautete: „Cupidius quam verius Cicero dicit res urbanas bellicis rebus anteponendas esse“ (Frei etwa: Es entspricht mehr dem Interesse Ciceros als der Wahrheit, wenn er sagt, die Angelegenheite des öffentlichen Wohles seien denen des Krieges voranzustellen).[4] Die Wahl des Studienfaches mag dem so vielseitig begabten Oberprimaner FELIX HAUSDORFF nicht leicht gefallen sein. MAGDA DIERKESMANN, die als Studentin in Bonn in den Jahren 1926–1932 öfters im Hause HAUSDORFFs zu Gast war, berichtete 1967:

> Seine vielseitige musische Begabung war so groß, daß er erst auf das Drängen seines Vaters hin den Plan aufgab, Musik zu studieren und Komponist zu werden.[5]

Zum Abitur war die Entscheidung gefallen (was letztlich den Ausschlag gegeben hat, wissen wir nicht): Im Jahresbericht des Nicolai-Gymnasiums für 1887 steht in der Liste der Abiturienten in der Spalte „zukünftiges Studium“ bei FELIX HAUSDORFF „Naturwissenschaften“.[6]

Vom Sommersemester 1887 bis Sommersemester 1891 studierte HAUSDORFF Mathematik und Astronomie, hauptsächlich in seiner Vaterstadt Leipzig, unterbrochen durch je ein Semester in Freiburg (SS 1888) und Berlin (WS

[4][JN 1887], S. X–XI.

[5][D 1967], S. 51–52. Frau DIERKESMANN hat in einem Gespräch mit EGBERT BRIESKORN versichert, daß HAUSDORFF selbst ihr dies so erzählt habe.

[6][JN 1887], S. XVI.

1888/1889). Die erhalten gebliebenen Studienzeugnisse[7] (bis auf das Freiburger Semester) weisen den Studenten FELIX HAUSDORFF als außerordentlich vielseitig interessierten jungen Mann aus, der neben den mathematischen und astronomischen Vorlesungen auch solche aus den Gebieten Physik, Chemie und Geographie hörte, ferner Vorlesungen über Philosophie und Philosophiegeschichte, über Themen der Sprach- und Literaturwissenschaften, über die Geschichte des Sozialismus und über die Arbeiterfrage. Hinzu kam ein Kolleg über die wissenschaftlichen Grundlagen des Glaubens an einen persönlichen Gott und eines über die Beziehungen zwischen Geistesstörung und Verbrechen. In Leipzig hörte er bei dem Musikwissenschaftler PAUL auch Geschichte der Musik. Seine frühe Liebe zur Musik währte ein Leben lang; in HAUSDORFFs Haus gab es beeindruckende Musikabende mit dem Hausherrn am Klavier, wie Äußerungen verschiedener Teilnehmer bezeugen. Schon als Leipziger Student war er ein Verehrer und exzellenter Kenner der Musik von RICHARD WAGNER.

In den letzten Semestern seines Studiums schloß sich HAUSDORFF eng an HEINRICH BRUNS (1848–1919) an. BRUNS war Ordinarius für Astronomie und Direktor der Sternwarte an der Universität Leipzig. Er war Schüler von WEIERSTRASS und ist vor allem durch seine Untersuchungen zum Dreikörperproblem und zur Optik (BRUNSsches Eikonal) bekannt geworden. Bei BRUNS promovierte HAUSDORFF 1891 mit einer Arbeit über die refraktion des Lichtes in der Atmosphäre.[8] Es folgten zwei weitere Veröffentlichungen zum selben Thema und 1895 die Habilitation mit einer Arbeit über die Extinktion des Lichtes in der Atmoaphäre.[9] Diese frühen astronomischen Arbeiten HAUSDORFFs haben – ungeachtet ihrer exzellenten mathematischen Durcharbeitung – keine Bedeutung erlangt. Zum einen hat sich die zu Grunde liegende Idee von BRUNS als nicht tragfähig erwiesen (es wurden horizontnahe astronomische Refraktionsbeobachtungen benötigt, welche, wie JULIUS BAUSCHINGER wenig später zeigen konnte, prinzipiell nicht mit der erforderlichen Genauigkeit beschafft werden können). Zum anderen hat der Fortschritt bei der direkten Messung atmosphärischer Daten (Ballonaufstiege) sehr bald die mühevolle Berechnung dieser Daten aus Refraktionsbeobachtungen unnötig gemacht. In der Zeit zwischen Promotion und Habilitation absolvierte HAUSDORFF den einjährig-freiwilligen Militärdienst und arbeitete zwei Jahre als Rechner an der Leipziger Sternwarte.

Mit der Habilitation wurde HAUSDORFF Privatdozent an der Universität

[7] UA Leipzig, Film Nr. 60 und Nr. 67; Archiv der Humboldt-Universität Berlin, Univ.-Registratur, Littr. A, N. 6, Vol. 876, No. 28. Die letztere Angabe verdanke ich Herrn GIRLICH (Leipzig).

[8] [H 1891].

[9] [H 1895].

Leipzig und begann eine umfangreiche Lehrtätigkeit auf den verschiedensten mathematischen Gebieten. Neben Lehre und Forschung in der Mathematik ging er seinen literarischen und philosophischen Neigungen nach. Ein Mann mit vielseitigen Interessen, umfassend gebildet, hochsensibel und differenziert im Denken, Fühlen und Erleben, verkehrte er in seiner Leipziger Zeit mit einer Reihe bekannter Literaten, Künstler und Verleger wie HERMANN CONRADI, RICHARD DEHMEL, OTTO ERICH HARTLEBEN, GUSTAV KIRSTEIN, MAX KLINGER, MAX REGER und FRANK WEDEKIND. Die Jahre 1897 bis etwa 1904 markieren den Höhepunkt seines literarisch-philosophischen Schaffens; in dieser Zeit erschienen 18 der insgesamt 22 unter Pseudonym veröffentlichten Schriften, darunter ein Gedichtband, ein Theaterstück, ein erkenntniskritisches Buch und ein Band Aphorismen.

Der Aphorismenband war das erste unter dem Pseudonym PAUL MONGRÉ erschienene Werk HAUSDORFFs. Er trägt den Titel *Sant' Ilario. Gedanken aus der Landschaft Zarathustras.*[10] Schon das gewählte Pseudonym ist Programm: à mon gré – nach meinem Geschmack. Dies zielt auf Individualität, auf geistige Unabhängigkeit, auf Ablehnung von Vorurteilen und Zwängen politischer, gesellschaftlicher, religiöser oder sonstiger Art. Der Untertitel des *Sant' Ilario* „Gedanken aus der Landschaft Zarthustras“ spielt zunächst darauf an, daß HAUSDORFF sein Buch während eines Erholungsaufenthaltes an der ligurischen Küste um Genua vollendet hatund daß FRIEDRICH NIETZSCHE in eben dieser Gegend die ersten beiden Teile von *Also sprach Zarathustra* schrieb; er spielt natürlich auch auf die geistige Nähe zu Nietzsche an.[11] In einer Selbstanzeige des *Sant' Ilario* in der Wochenschrift *Die Zukunft* bekannt sich HAUSDORFF expressis verbis zu Nietzsche:

> An diesem seligen Gestade [· · ·] bin ich dem Schöpfer Zarathustras seine einsamen Wege nachgegangen – wunderliche schmale Küsten- und Klippenpfade, die sich nicht zur Heerstraße breittreten lassen. Wer mich deshalb einfach zum Gefolge Nietzsches zählen will, mag sich hier auf mein eigenes Geständniß berufen.[12]

HAUSDORFF hat nicht versucht, NIETZSCHE zu kopieren oder gar zu übertreffen – „Von Nietzsche-Nachahmung keine Spur“ heißt es in einer zeitgenössischen Rezension. Er stellt sich sozusagen neben NIETZSCHE in dem Bestreben, individuelles Denken freizusetzen, sich die Freiheit zu nehmen, überkommene Normen in Frage zu stellen. Zum Spätwerk NIETZSCHEs wahrte

[10] [H 1897].

[11] S. dazu insbesondere [St 2002].

[12] [H 1897b], S. 361. Eingehend ist HAUSDORFFs Verhältnis zu NIETZSCHE in [St 2002] behandelt.

HAUSDORFF kritische Distanz. In seinem Essay über das vom Nietzsche-Archiv aus nachgelassenen Notizen NIETZSCHEs kompilierte Buch *Der Wille zur Macht* heißt es:

> In Nietzsche glüht ein Fanatiker. Seine Moral der Züchtung, auf unserem heutigen Fundamente biologischen und physiologischen Wissens errichtet: das könnte ein weltgeschichtlicher Skandal werden, gegen den Inquisition und Hexenprozeß zu harmlosen Verirrungen verblassen.[13]

Seinen kritischen Maßstab nahm HAUSDORFF von NIETZSCHE selbst,

> von dem gütigen, maßvollen, verstehenden Freigeist Nietzsche und von dem kühlen, dogmenfreien, systemlosen Skeptiker Nietzsche [· · ·][14]

Den Inhalt eines Aphorismenbandes beschreiben zu wollen verbietet sich von selbst. Um mehr als nichts zu sagen, seien zwei Gedanken, die immer wieder thematisiert werden, genannt: Da ist zunächst die tiefe Skepsis gegen jedwede Teleologie und gegen alle Ideologien und Weltverbesserungslehren, die vorgeben, im Besitz der Wahrheit über Sinn und Ziel des Menschengeschlechts zu sein. Dazu zwei Auszüge aus den Aphorismen 2 und 3:

> In der Welt ist so empörend viel Unsinn, Sprung, Zerrissenheit, Chaos, „Willensfreiheit"; ich beneide Diejenigen um ihre guten und sythetischen Augen, die in ihr die Entfaltung einer „Idee", *einer* Idee sehen.[15]

> Wenn nicht die Wahrheit selbst, so ist doch der Glaube an die gefundene Wahrheit in gefährlichem Masse lebensfeindlich und zukunftsmörderisch. Noch Keiner von denen, die sich mit Wahrheit begnadet wähnten, hat einen Augenblick gezögert, das grosse Finale oder den grossen Mittag oder irgend einen Endpunkt, Wendepunkt, Gipfelpunkt der Menschheit zu verkünden, d. h. jedesmal allem Künftigen sein Bild, seinen Stempel, seine Beschränktheit aufzuprägen.[16]

Da ist ferner die Frage des Verhältnisses von Einzelnem und Masse. Für HAUSDORFF ist wie für NIETZSCHE der Einzelne keine bloße Figur in einem historischen Prozeß, welcher seine Individualität einer höheren Bestimmung unterzuordnen hat. Der Einzelne, zumal der schöpferische, soll in den Mittelpunkt gerückt, seine Rechte sollen verteidigt werden. Dazu ein Auszug aus Aphorismus Nr. 35:

---

[13] [H 1902], S. 1336.
[14] Ebd., S. 1338.
[15] [H 1897a], S. 4.
[16] [H 1897a], S. 6.

> Fruchtbar ist Jeder, der etwas sein eigen nennt, im Schaffen oder Geniessen, in Sprache oder Gebärde, in Sehnsucht oder Besitz, in Wissenschaft oder Gesittung; fruchtbar ist alles, was weniger als zweimal da ist, jeder Baum, der aus *seiner* Erde in *seinen* Himmel wächst, jedes Lächeln, das nur einem Gesichte steht, jeder Gedanke, der nur einmal Recht hat, jedes Erlebniss, das den herzstärkenden Geruch des Individuums ausathmet![17]

1898 erschien – ebenfalls unter dem Pseudonym PAUL MONGRÉ – HAUSDORFFs erkenntniskritischer Versuch *Das Chaos in kosmischer Auslese.* Die in diesem Buch vorgetragene Metaphysikkritik hatte ihren Ausgangspunkt in HAUSDORFFs Auseinandersetzung mit NIETZSCHEs Idee der ewigen Wiederkunft. Es geht schließlich darum, *jede* Art von Metaphysik endgültig zu destruieren. Von der Welt an sich, vom *transzendenten Weltkern* – wie HAUSDORFF sich ausdrückt – wissen wir nichts und können wir nichts wissen. Wir müssen „die Welt an sich" als unbestimmt und unbestimmbar, als bloßes Chaos voraussetzen. Die Welt unserer Erfahrung, unser Kosmos, ist das Ergebnis der Auslese, der Selektion, die wir nach unseren Möglichkeiten der Erkenntnis unwillkürlich schon immer vorgenommen haben und weiter vornehmen. Von jenem Chaos aus gesehen wären auch beliebige andere Ordnungen, andere Kosmoi, denkbar. Jedenfalls kann man von der Welt unseres Kosmos her keinen Schluß ziehen auf eine transzendente Welt. HAUSDORFF formuliert dieses Programm folgendermaßen:

> Wir werden die völlige Diversivität beider Welten und die Unhaltbarkeit jedes Schlusses von empirischen Folgen auf transcendente Gründe [· · ·] zu zeigen haben, und zwar in einer umfassenden Allgemeinheit, die über das Kantische Resultat auch praktisch hinausgreift [· · ·][18]

Das Verfahren, welches diesen Nachweis liefern soll, umreißt er so:

> [· · ·] wir haben [· · ·] einfach diejenigen transcendenten Variationen zu bestimmen, die ein gegebenes empirisches Phänomen unverändert lassen.[19]

Im *Chaos in kosmischer Auslese* hat er dieses Programm für die Kategorien Zeit und Raum durchzuführen gesucht. Um eine Idee davon zu geben, wie HAUSDORFF sich das Verfahren für den Raum denkt, sei ein Stück aus seiner Leipziger Antrittsvorlesung *Das Raumproblem* zitiert. Ausgangspunkt der

[17][H 1897a], S. 37.
[18][H 1898], S. 4.
[19][H 1898], S. 9.

Argumentation ist die Tatsache, daß man aus einer Landkarte die Gestalt des Originals nicht erschließen kann, wenn man das Projektionsverfahren nicht kennt. Dann heißt es:

> [· · ·] unser empirischer Raum ist solch eine körperliche Karte, ein Abbild des absoluten Raumes [absolut hier im Sinne von transzendent – d. Verf.]; aber [· · ·] wir kennen das Projektionsverfahren nicht und kennen folglich auch das Urbild nicht. Zwischen beiden Räumen besteht eine unbekannte, willkürliche Beziehung oder Korrespondenz, eine völlig beliebige Punkttransformation. Aber der Orientierungswert des empirischen Raumes leidet darunter nicht; wir finden uns auf unserer Karte zurecht und verständigen uns mit anderen kartenbesitzern; die Verzerrung fällt nicht in unser Bewußtsein, weil nicht nur die Objekte, sondern auch wir selbst und unsere Meßinstrumente davon gleichmäßig betroffen werden. [· · ·]
>
> Wenn diese Auffassung richtig ist, so muß man das Urbild einer beliebigen Transformation unterwerfen können, ohne daß das Abbild sich verändert: [· · ·][20]

Die einfachste solche Transformation wäre die gleichmäßige Verkleinerung oder Vergrößerung des transzendenten Raumes um einen konstanten Faktor. Aber Hausdorff geht es um *beliebige* Transformationen, d. h. der transzendente Raum bleibt vollständig unbestimmt und unbestimmbar – er ist ein wissenschaftlich sinnloser Begriff. Mit dem Raumproblem hat sich Hausdorff viele Jahre lang intensiv beschäftigt; im Wintersemester 1903/04 hielt er in Leipzig eine Vorlesung *Zeit und Raum*[21], in der er von seiner Leidenschaft für dieses Problem spricht. Der von ihm später geschaffene fundamentale Begriff des topologischen Raumes wird in seinen Ausdifferenzierungen so gut wie jeder Situation, in der „Räumliches“ im Sinne von Nachbarschaft eine Rolle spielt, gerecht. Er ist vielleicht auch als ein Nachklang seines philosophischen Denkens zu verstehen.

Besonders bemerkenswert am *Chaos in kosmischer Auslese* ist, daß Hausdorff hier in einer philosophischen Untersuchung Elemente der damals neuesten Mathematik, nämlich der Mengenlehre Cantors, einsetzt. Dieser wohl einzigartige, aber auch problematische Zug hat die Rezeption des Werkes sehr erschwert.

1904 erschien in der Zeitschrift *Die neue Rundschau* Hausdorffs Theaterstück, der Einakter *Der Arzt seiner Ehre*. Es ist eine derbe Satire auf das Duellunwesen und auf die überkommenen Ehrbegriffe des Adels und des preußischen Offizierscorps, die in der sich entwickelnden bürgerlichen Gesellschaft

[20] [H 1903], S. 15.

[21] NL *Hausdorff*: Kapsel 24: Fasz. 71.

immer anachronistischer wurden. In einer Theaterkritik des *Hamburger Echo* vom 15. 11. 1904 heißt es beispielsweise

> Mongré hat den Mut, das Duell in dem Licht zu zeigen, das ihm gebührt. Er behandelt es als eine Komödie, über die man sich bei einem Glase Wein sehr wohl einigen kann, wenn anders man nicht als Patentfatzke in den Fesseln des Modedämons „Ehre“ steckt.

Der Arzt seiner Ehre war HAUSDORFFs größter literarischer Erfolg. Es gab zwischen 1904 und 1912 etwa 300 Aufführungen in Berlin, Braunschweig, Bremen, Breslau, Bromberg, Budapest, Düsseldorf, Dortmund, Elberfeld, Elbing, Frankfurt/M, Fürth, Graz, Hamburg, Hannover, Kassel, Köln, Königsberg, Krefeld, Leipzig, Magdeburg, Mühlhausen i.E., München, Nürnberg, Prag, Riga, Straßburg, Stuttgart, Wien, Wiesbaden und Zürich.[22] Daß HAUSDORFF um 1912 als bekannter Theaterdichter galt, mag man daraus ersehen, daß er zum Bankett zu Ehren von FRANK WEDEKIND am 18. 6. 1912 im Berliner Hotel Esplanade in Begleitung von MAX REINHARDT, FELIX HOLLÄNDER und ARTHUR KAHANE erschien; die drei Genannten gehörten zur Créme der Berliner Theaterszene.[23]

Mit diesen wenigen Streiflichtern müssen wir die philosophisch-literarischen Werke HAUSDORFFs verlassen; unberührt blieben seine Essays, wahre Perlen dieser Literaturgattung, die in führenden Literaturzeitschriften der damaligen Zeit erschienen sind, sowie sein Gedichtband *Ekstasen* aus dem Jahre 1900.

HAUSDORFF hatte 1899 CHARLOTTE GOLDSCHMIDT, die Tochter des jüdischen Arztes SIEGISMUND GOLDSCHMIDT aus Bad Reichenhall, geheiratet. Dessen Stiefmutter war übrigens die berühmte Frauenrechtlerin und Vorschulpädagogin HENRIETTE GOLDSCHMIDT. 1900 wurde HAUSDORFFs einziges Kind, die Tochter Lenore (Nora) geboren; sie überlebte die Zeit des Nationalsozialismus und starb hochbetagt 1991 in Bonn.

Im Dezember 1901 wurde HAUSDORFF zum außerplanmäßigen Extraordinarius an der Universität Leipzig ernannt. Bei der Beantragung hatte sich der Dekan veranlaßt gesehen, dem sehr positiven Votum der Fachkollegen, verfaßt von HEINRICH BRUNS, noch folgenden Zusatz beizufügen:

> Die Fakultät hält sich jedoch für verpflichtet, dem Königlichen Ministerium noch zu berichten, dass der vorstehende Antrag in der am 2.

[22]Die Mitteilung der zitierten Theaterkritik und die Angaben über die Aufführungen verdanken wir Herrn U. ROTH, Gießen.

[23]FRANK WEDEKIND: *Gesammelte Briefe*. Hrsg. von FRITZ STRICH. Bd.2, München 1924, S. 269. Wir verdanken den Hinweis auf diesen Wedekind-Brief Frau ARIANE MARTIN, Mainz.

> November d. J. stattgehabten Fakultätssitzung nicht mit allen, sondern mit 22 gegen 7 Stimmen angenommen wurde. Die Minorität stimmte deshalb dagegen, weil Dr. Hausdorff mosaischen Glaubens ist.[24]

Dieser Zusatz beleuchtet schlaglichtartig den unverhüllten Antisemitismus, der besonders nach dem Gründerkrach im gesamten deutschen Reich einen starken Aufschwung genommen hatte. Leipzig war ein Zentrum der antisemitischen Bewegung, insbesondere auch unter der Studentenschaft. Es mag dies ein Grund dafür gewesen sein, daß sich HAUSDORFF an der Leipziger Universität nicht besonders wohl fühlte; ein anderer war vielleicht das betont hierarchische Gehabe der Leipziger Ordinarien, wo der Extraordinarius nichts galt. Jedenfalls schrieb HAUSDORFF rückblickend aus Bonn an FRIEDRICH ENGEL:

> In Bonn kommt man sich, auch als Nicht-Ordinarius, förmlich existenzberechtigt vor, eine Empfindung, zu der ich mich an der Pleisse nie habe aufschwingen können.[25]

HAUSDORFF schrieb nach der Habilitation noch je eine Arbeit über Optik, über nichteuklidische Geometrie und über hyperkomplexe Zahlsysteme sowie zwei Arbeiten über Wahrscheinlichkeitstheorie. Sein Hauptarbeitsgebiet wurde jedoch bald die Mengenlehre, vor allem die Theorie der geordneten Mengen. Es war anfangs ein philosophisches Interesse, welches ihn um 1897 dazu führte, CANTORs Schöpfungen zu studieren.[26] Bereits im Sommersemester 1901 hielt HAUSDORFF eine Vorlesung über Mengenlehre; es war dies eine der ersten Vorlesungen über Mengenlehre überhaupt, nur ERNST ZERMELOs Kolleg in Göttingen im Wintersemester 1900/1901 war ein wenig früher. CANTOR selbst hat nie über Mengenlehre gelesen. Im dieser Vorlesung findet sich die erste mengentheoretische Entdeckung HAUSDORFFs: Die Typenklasse $T(\aleph_0)$ aller abzählbaren Ordnungstypen hat die Mächtigkeit $\aleph$ des Kontinuums. Dieser Satz fand sich jedoch schon in FELIX BERNSTEINs Dissertation – HAUSDORFF notiert am Rand des Manuskripts zu seiner Entdeckung:

> Vorgetragen 27. 6. 1901. Dissertation von F. Bernstein empfangen 29. 6. 1901.[27]

HAUSDORFFs Einstieg in ein gründliches Studium geordneter Mengen war nicht zuletzt durch CANTORs Kontinuumproblem, welchen Platz $\aleph = 2^{\aleph_0}$ in

[24] Archiv der Universität Leipzig, PA 547. Das Gutachten ist vollständig abgedruckt in [BP 1987], S. 231–234.

[25] Brief vom 21. 2. 1911. NL ENGEL, UB Gießen, Handschriftenabteilung.

[26] S. dazu [H 2002], S. 3–5.

[27] NL HAUSDORFF: Kapsel 03: Fasz. 12, Bl. 37.

der Reihe der $\aleph_\alpha$ einnimmt, motiviert.[28] In einem Brief an HILBERT vom 29. 9. 1904 spricht er davon, daß dieses Problem ihn „beinahe wie eine Monomanie geplagt hatte".[29] Er sah in dem Satz $\mathrm{card}(T(\aleph_0)) = \aleph$ eine neue Strategie, das Problem anzugreifen. CANTOR hatte $\aleph = \aleph_1$ vermutet; bewiesen war nur $\aleph \geq \aleph_1$. $\aleph_1$ ist die „Anzahl" der möglichen Wohlordnungen einer abzählbaren Menge; $\aleph$ hatte sich nun als „Anzahl" aller möglichen Ordnungen einer solchen Menge herausgestellt. Es lag deshalb nahe, Ordnungen zu studieren, die spezieller als beliebige Ordnungen aber allgemeiner als Wohlordnungen sind. Genau dies tat HAUSDORFF in seiner ersten mengentheoretischen Veröffentlichung von 1901[30] mit dem Studium „gestufter Mengen"; wir wissen heute, daß diese Strategie, das Kontinuumproblem zu lösen, ebensowenig zum Ziel führen konnte wie CANTORs Strategie, welche darauf zielte, den Satz von CANTOR-BENDIXSON von den abgeschlossenen Mengen auf beliebige überabzählbare Punktmengen zu verallgemeinern.

1904 publizierte HAUSDORFF die nach ihm benannte Rekursionsformel: Für jede Nichtlimeszahl μ gilt

$$\aleph_\mu^{\aleph_\alpha} = \aleph_\mu \, \aleph_{\mu-1}^{\aleph_\alpha}.$$

Diese Formel wurde, zusammen mit dem von HAUSDORFF später eingeführten Begriff der Konfinalität, die Grundlage aller weiteren Ergebnisse zur Alephexponentiation. Die genaue Kenntnis der Problematik von Rekursionsformeln dieser Art hatte HAUSDORFF auch befähigt, den Irrtum in JULIUS KÖNIGs Vortrag auf dem Internationalen Mathematikerkongreß 1904 in Heidelberg aufzudecken. KÖNIG hatte dort „bewiesen", daß das Kontinuum nicht wohlgeordnet werden könne, also dessen Kardinalzahl gar kein Aleph sei; er hatte damit großes Aufsehen erregt.[31]

In die Jahre 1906 bis 1909 fallen HAUSDORFFs grundlegende Arbeiten über geordnete Mengen.[32] Daraus können hier nur einige wenige Punkte kurz berührt werden. Von fundamentaler Bedeutung für die gesamte Theorie ist der von HAUSDORFF eingeführte Begriff der Konfinalität: Es sei A eine geordnete Menge, $M \subset A$, so heißt A mit M konfinal (koinitial), wenn zu $a \in A$ stets

[28] E. SCHOLZ thematisiert in seinem Aufsatz *Logische Ordnungen im Chaos: Hausdorffs frühe Beiträge zur Mengenlehre* (in [Br 1996], S. 107–134) auch HAUSDORFFs Reflexionen über Zeit als Hintergrund für das Studium von Ordnungsstrukturen.

[29] Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek zu Göttingen, Handschriftenabteilung, NL HILBERT, Nr. 136.

[30] [H 1901].

[31] Die Feststellung, daß es HAUSDORFF war, der den Irrtum aufklärte, hat ein besonderes Gewicht, weil in der historischen Literatur seit mehr als 50 Jahren ein falsches Bild über die Heidelberger Ereignisse gezeichnet wird; detaillierte Angaben findet man in [H 2002], S. 9–12.

[32] [H 1906, 1907a, 1907b, 1908, 1909].

$m \in M$ existiert mit $m \geq a$ $(m \leq a)$. So ist z. B. (0,1) mit $\left\{\frac{m-1}{m}\right\}_{m \in N}$ konfinal, mit $\left\{\frac{1}{n}\right\}_{n \in N}$ koinitial. Der Begriff überträgt sich auf Ordnungstypen: beispielsweise ist der Typus λ der Menge der reellen Zahlen in natürlicher Anordnung mit dem Typus ω der natürlichen Zahlenreihe konfinal.

Eine Ordinalzahl heißt regulär, wenn sie mit keiner kleineren Ordinalzahl konfinal ist, ansonsten singulär. Die jeweils kleinsten Zahlen der CANTORschen Zahlklassen bezeichnet HAUSDORFF als Anfangszahlen: $\omega = \omega_0$, ω_1, ω_2, $\ldots$ $, \omega_\omega$, $\omega_{\omega+1}$, $\ldots$ Alle $\omega_{\alpha+1}$ sind regulär, $\omega_\omega = \lim_n \omega_n$ ist zu ω konfinal und somit ein Beispiel für eine singuläre Anfangszahl. HAUSDORFFs Frage, ob es reguläre Anfangszahlen[33] mit Limeszahlindex gibt, war der Ausgangspunkt für die Theorie der unerreichbaren Kardinalzahlen. Denn HAUSDORFF hatte schon bemerkt, daß solche Zahlen, wenn sie existieren, von „exorbitanter Größe“ sein müssen.[34]

Von grundlegender Bedeutung ist der folgende Satz HAUSDORFFs: Zu jeder geordneten unberandeten dichten Menge A gibt es zwei eindeutig bestimmte reguläre Anfangszahlen ω_ξ, ω_η, so daß A mit ω_ξ konfinal, mit ω_η^* (* bezeichnet die inverse Ordnung) koinitial ist. Dieser Satz gibt beispielsweise ein feines Instrumentarium an die Hand, um Lücken und Elemente in geordneten Mengen zu charakterisieren; HAUSDORFF benutzt dazu die von ihm eingeführten Lücken- und Elementcharaktere. Sei z. B. die geordnete Zerlegung $A = P + Q$ eine Lücke, d. h. P hat kein größtes, Q kein kleinstes Element, so gibt es nach obigem Theorem zwei eindeutig bestimmte reguläre Anfangszahlen ω_ξ, ω_η, so daß P mit ω_ξ konfinal, Q mit ω_η^* koinitial ist. Das Paar $(\omega_\xi, \omega_\eta^*) =: c_{\xi\eta}$ nennt HAUSDORFF den Charakter der Lücke. Ebenso liefert die geordnete Zerlegung $A = P + \{a\} + Q$ einen eindeutig bestimmten Charakter für das Element a, wobei man hier noch Charaktere der Art $(1, \omega_\eta^*)$, $(\omega_\xi, 1)$ oder (1, 1) zulassen muß. In der Menge der rationalen Zahlen etwa (in natürlicher Anordnung) haben alle Lücken und Elemente den Charakter c_{00}.

Ist W eine vorgegebene Menge von Charakteren (Element- und Lückencharaktere), z. B. $W = \{c_{00}, c_{01}, c_{10}, c_{22}\}$, so erhebt sich die Frage, ob es geordnete Mengen gibt, deren Charakterenmenge gerade W ist. Man findet relativ leicht eine notwendige Bedingung an W. HAUSDORFF gelingt es zu zeigen, daß diese Bedingung auch hinreichend ist, d. h. zu jedem W, welches der Bedingung genügt, gibt es eine geordnete Menge, welche W zur Charakterenmenge hat. Hierfür benötigt man ein reichhaltiges Reservoir geordneter Mengen; dieses hat HAUSDORFF mit seiner Theorie der allgemeinen

[33] Man identifiziert sie heute mit den Kardinalzahlen $\aleph_0$, $\aleph_1, \ldots \aleph_\omega, \aleph_{\omega+1}, \ldots$.

[34] Vgl. [H 2002], Kommentare von U. FELGNER, S. 598–601.

geordneten Produkte und Potenzen auch schaffen können.[35] In diesem Reservoir finden sich so interessante Strukturen wie die HAUSDORFFschen η_α-Normaltypen. Bereits CANTOR hatte mit dem Typus $\eta = \eta_0$ der rationalen Zahlen in natürlicher Anordnung einen Typus gefunden, der für die Typenklasse $T(\aleph_0)$ aller abzählbaren Ordnungstypen universal ist, d. h. zu jedem abzählbaren Ordnungstypus μ findet man eine Teilmenge in η, welche den Typus μ hat. Dasselbe leistet HAUSDORFFs Typus η_α für die Typenklasse $T(\aleph_\alpha)$. Die Frage, ob es $\eta_{\alpha+1}$-Mengen mit der kleinstmöglichen Mächtigkeit $\aleph_{\alpha+1}$ gibt, führt auf die Frage, ob $2^{\aleph_\alpha} = \aleph_{\alpha+1}$ ist; in diesem Zusammenhang formuliert HAUSDORFF erstmalig die verallgemeinerte Kontinuumhypothese. HAUSDORFFs η_α-Mengen bildeten den Ausgangspunkt für das Studium der in der Modelltheorie so wichtigen saturierten Strukturen.[36]

HAUSDORFFs allgemeine Produkte und Potenzen hatten ihn auch auf den Begriff der partiell geordneten Menge geführt. Ferner erwiesen sich die von ihm eingehend studierten finalen Graduierungen von Folgen bzw. Funktionen als partielle Ordnungen. Die Frage, ob es zu jeder geordneten Teilmenge einer partiell geordneten Menge eine sie enthaltende maximale geordnete Teilmenge gibt, konnte HAUSDORFF unter Verwendung des Wohlordnungssatzes positiv beantworten. Dies ist der heute nach ihm benannte „Maximalkettensatz“. Er folgt nicht nur aus dem Wohlordnungssatz (bzw. dem Auswahlaxiom), sondern er ist, wie sich später herausstellte, sogar zum Auswahlaxiom äquivalent.

Bereits 1908 hatte ARTHUR SCHOENFLIES im zweiten Teil seines Berichtes über Mengenlehre festgestellt, daß man die neuere Theorie der geordneten Mengen (d. h. die nach CANTOR erfolgten Erweiterungen dieser Theorie) fast ausschließlich HAUSDORFF verdanke.[37] Diese Feststellung von SCHOENFLIES mag Anlaß sein zu folgender allgemeinen Bemerkung: Die Geschichtsschreibung zur Mengenlehre hat sich bisher ziemlich einseitig auf die Grundlagenfragen konzentriert, insbesondere auf die Diskussionen um das Auswahlaxiom und auf die Versuche der verschiedenen mathematisch-philosophischen Richtungen, die Antinomienproblematik zu bewältigen. Die Erweiterung der Mengenlehre selbst, die unmittelbar nach CANTOR noch erfolgt ist, ist mit Ausnahme der Arbeiten von ZERMELO in der historischen Literatur relativ wenig beachtet worden; das betrifft insbesondere die Beiträge von HAUSDORFF und HESSENBERG.

Zum Sommersemester 1910 wurde HAUSDORFF zum planmäßigen Extraordinarius an die Universität Bonn berufen. Wie bereits erwähnt, sagte ihm das

[35] Vgl. dazu [H 2002], S. 604–605.

[36] S. dazu den Essay von U. FELGNER: *Die Hausdorffsche Theorie der η_α-Mengen und ihre Wirkungsgeschichte.* In: [H 2002], S. 645–674.

[37] [S 1908], S. 40.

kollegiale Umfeld in Bonn viel mehr zu als das in Leipzig. Dort hatte er seit 1901 nicht wieder über Mengenlehre gelesen, obwohl dies sein Hauptarbeitsgebiet war. In Bonn begann er sofort mit einer Vorlesung über Mengenlehre, die er im Sommersemester 1912, wesentlich überarbeitet und erweitert, wiederholte. Im Sommer 1912 begann auch die Arbeit an seinem opus magnum, dem Buch *Grundzüge der Mengenlehre*. Es wurde in Greifswald vollendet, wohin HAUSDORFF zum Sommersemester 1913 als Ordinarius berufen worden war, und erschien im April 1914.

Zur Mengenlehre im damaligen Verständnis dieses Gebietes zählten neben der allgemeinen Mengenlehre auch die Theorie der Punktmengen und die Inhalts- und Maßtheorie. HAUSDORFFs Werk war das erste Lehrbuch, welches die gesamte Mengenlehre in diesem umfassenden Sinne systematisch und mit vollständigen Beweisen darstellte. Diese Buch ging jedoch weit über die meisterhafte Darstellung des Bekannten hinaus. Es enthielt eine Reihe bedeutender origineller Beiträge seines Verfassers, die im folgenden nur kurz angedeutet werden können.

Die ersten sechs Kapitel der *Grundzüge* behandeln die allgemeine Mengenlehre. An die Spitze stellt HAUSDORFF eine ausführliche Mengenalgebra mit z. T. neuen zukunftsweisenden Konzepten (Differenzenketten, Mengenringe und Mengenkörper, δ- und σ-Systeme). Diese einführenden Pargraphen über Mengen und ihre Verknüpfungen enthalten z. B. auch den modernen mengentheoretischen Funktionsbegriff; sie stellen sozusagen die künftige mathematische Sprache bereit. Es folgt in den Kapiteln 3 bis 5 die klassische Theorie der Kardinalzahlen, Ordnungstypen und Ordinalzahlen. Im sechsten Kapitel „Beziehungen zwischen geordneten und wohlgeordneten Mengen“ präsentiert HAUSDORFF unter anderem die wichtigsten Ergebnisse seiner eigenen Forschungen über geordnete Mengen.

Die Kapitel über „Punktmengen“ – man sollte besser sagen: die topologischen Kapitel – atmen den Geist einer neuen Zeit. Hier entwickelt HAUSDORFF erstmals, von seinen bekannten Umgebungsaxiomen ausgehend, eine systematische Theorie der topologischen Räume, wobei er zusätzlich das später nach ihm benannte Trennungsaxiom forderte. Diese Theorie geht aus einer umfassenden Synthese von früheren Ansätzen anderer Mathematiker und eigenen Reflexionen HAUSDORFFs über das Raumproblem hervor. Die Begriffe und Sätze der klassischen Punktmengenlehre des $\mathbb{R}^n$ werden – soweit möglich – auf den allgemeinen Fall übertragen und damit zum Bestandteil der neu geschaffenen allgemeinen oder mengentheoretischen Topologie. Aber HAUSDORFF leistet nicht nur diese „Ubersetzungsarbeit“, sondern er entwickelt dabei auch grundlegende Konstruktionsverfahren der Topologie wie Kernbildung (offener Kern, insichdichter Kern) und Hüllenbildung (abgeschlossene Hülle), und er arbeitet die fundamentale Bedeutung des Begriffs der offenen Menge (von ihm „Gebiet" genannt) und des von FRÉCHET eingeführten Kompaktheitsbegriffes heraus. Er begründet und entwickelt ferner die Theorie des Zusammenhangs, insbesondere durch die Einführung der Begriffe „Komponente" und „Quasikomponente". Mittels des ersten und schließlich des zweiten HAUSDORFFschen Abzählbarkeitsaxioms werden die betrachteten Räume schrittweise weiter spezialisiert. Eine große Klasse von Räumen, die dem ersten Abzählbarkeitsaxiom genügen, bilden die metrischen Räume. Sie wurden 1906 von FRÉCHET unter der Bezeichnung „classes (E)" eingeführt. Von HAUSDORFF stammt die Bezeichnung „metrischer Raum"; er entwickelte in den *Grundzügen* die Theorie der metrischen Räume systematisch und bereicherte sie durch eine Reihe neuer Konzepte (HAUSDORFF-Metrik, Vervollständigung, totale Beschränktheit, ρ-Zusammenhang, reduzible Mengen). FRÉCHETs Arbeit[38] war wenig beachtet worden; erst durch HAUSDORFFs *Grundzüge* wurden die metrischen Räume Allgemeingut der Mathematiker.[39]

Auch das Kapitel über Abbildungen und das Schlußkapitel der *Grundzüge* über Maß- und Integrationstheorie bestechen durch die Allgemeinheit des eingenommenen Standpunktes und die Originalität der Darstellung. HAUSDORFFs dort gegebener Hinweis auf die Bedeutung der Maßtheorie für die Wahrscheinlichkeitsrechnung hatte – obwohl von lakonischer Kürze – große historische Wirkung. Man findet in diesem Kapitel auch den ersten korrekten Beweis für das starke Gesetz der großen Zahl von BOREL.[40] Der Anhang schließlich enthält das wohl spektakulärste Einzelresultat des ganzen Buches, nämlich HAUSDORFFs Satz, daß man im $\mathbb{R}^n$ für $n \geq 3$ nicht auf allen beschränkten Teilmengen einen Inhalt definieren kann. Der Beweis beruht auf HAUSDORFFs paradoxer Kugelzerlegung, für deren Herstellung man das Auswahlaxiom benötigt.[41]

Im Laufe des 20. Jahrhunderts wurde es zum Standard, mathematische Theorien mengentheoretisch-axiomatisch aufzubauen. Die Schaffung axiomatisch begründeter allgemeiner Theorien, wie etwa der allgemeinen Topologie, diente u. a. dazu, den gemeinsamen strukturellen Kern aus verschiedenen konkreten Fällen oder Teilgebieten herauszuschälen und dann eine abstrakte Theorie aufzustellen, die alle diese Teile als Spezialfälle enthielt und die so

[38] [Fr 1906].

[39] Ausführliche Kommentare zu HAUSDORFFs Beiträgen zur allgemeinen Topologie und zur Theorie der metrischen Räume finden sich in [H 2002], S. 675–787.

[40] Einen Kommentar zur Maß- und Integrationstheorie in den *Grundzügen* gibt S. D. CHATTERJI in [H 2002], S. 788–800; s. ferner [Ch 2002].

[41] Zur Wirkungsgeschichte des HAUSDORFFschen Kugelparadoxons s. [H 2001], S. 11–18; s. ferner den Aufsatz von P. SCHREIBER in [Br 1996], S. 135–148, und die Monographie [W 1993].

einen großen Gewinn an Vereinfachung, Vereinheitlichung und damit letztlich an Denkökonomie mit sich brachte. HAUSDORFF selbst hat diesen Gesichtspunkt in den *Grundzügen* besonders hervorgehoben.[42] Die topologischen Kapitel der *Grundzüge* sind – so gesehen – auch methodisch eine Pionierleistung, und sie waren insofern richtungsweisend für die Entwicklung der modernen Mathematik. Die Auffassung vom Wesen der Mathematik, die sich in dieser methodischen Neuorientierung manifestierte, hatte sich HAUSDORFF schon viele Jahre vor Niederschrift der GRUNDZÜGE gebildet, ja sogar geraume Zeit vor einschlägigen Versuchen von FRÉCHET und F. RIESZ.[43] Eine sehr wichtige Anregung dazu dürfte von den *Grundlagen der Geometrie* ausgegangen sein, die D. HILBERT 1899 veröffentlicht hatte. In HAUSDORFFs Vorlesung *Zeit und Raum* aus dem Wintersemester 1903/04 heißt es im Hinblick auf die Mathematik im allgemeinen:

> Die Mathematik sieht vollständig ab von der actualen Bedeutung. die man ihren Begriffen geben, von der actualen Gültigkeit, die man ihren Sätzen zusprechen kann. Ihre indefinablen Begriffe sind willkürlich gewählte Denkobjecte, ihre Axiome willkürlich, jedoch widerspruchsfrei gewählte Beziehungen zwischen diesen Objecten. Die Mathematik ist Wissenschaft des reinen Denkens, gleich der formalen Logik.[44]

und im Hinblick aus den Raum im besonderen:

> Also: der Raum eine logische Construction, nämlich Inbegriff aller Sätze, die logisch folgen aus den willkürlich gewählten Axiomen, wobei die vorkommenden Begriffe willkürlich gewählte Denkelemente sind.[45]

Wenn man diese Zitate Revue passieren läßt, könnte man zunächst verwundert sein, daß HAUSDORFF keinen Versuch gemacht hat, „das Fundament des Fundamentes" (*Grundzüge*, S. 1) auch zu sichern, d. h. die Mengenlehre selbst axiomatisch aufzubauen. Er kannte natürlich ZERMELOs Axiomatisierung, hielt diesen Versuch aber noch nicht für abgeschlossen:

> Den [· · ·] notwendigen Versuch, den Prozeß der uferlosen Mengenbildung durch geeignete Forderungen einzuschränken, hat E. ZERMELO unternommen. Da indessen diese äußerst scharfsinnigen Untersuchungen noch nicht als abgeschlossen gelten können und da eine Einführung des Anfängers in die Mengenlehre auf diesem Wege mit großen Schwierigkeiten verbunden sein dürfte, so wollen wir hier den naiven

[42][H 1914], S. 211.
[43][Fr 1906], [Ri 1907, 1908].
[44]NL HAUSDORFF: Kapsel 24: Fasz. 71, Bl. 4.
[45]Ebd., Bl. 31.

> Mengenbegriff zulassen, dabei aber tatsächlich die Beschränkungen innehalten, die den Weg zu jenem Paradoxon abschneiden.[46]

Gewiß wird es HAUSDORFF nicht entgangen sein, daß ZERMELOs Begriff der „definiten Eigenschaft" an Präzision zu wünschen übrig ließ.[47] Im weiteren Verlauf der *Grundzüge* geht HAUSDORFF auf Grundlagenfragen nicht mehr ein.[48]

Die *Grundzüge der Mengenlehre* waren in einer bereits spannungsgeladenen Zeit am Vorabend des I. Weltkrieges erschienen. Im August 1914 begann der Krieg, der auch das wissenschaftliche Leben in Europa in dramatischer Weise in Mitleidenschaft zog. Unter diesen Umständen konnte HAUSDORFFs Buch in den ersten fünf bis sechs Jahren nach seinem Erscheinen kaum wirksam werden. Nach dem Kriege schickte sich eine junge, neue Generation von Forschern an, die Anregungen aufzunehmen, die in diesem Werk in so reichem Maße enthalten waren, wobei ohne Zweifel die Topologie im Mittelpunkt des Interesses stand. Eine besondere Rolle bei der Rezeption der HAUSDORFFschen Ideen spielte die 1920 in Polen gegründete Zeitschrift *Fundamenta Mathematicae.* Sie war eine der ersten mathematischen Spezialzeitschriften mit den Schwerpunkten Mengenlehre, Topologie, Theorie der reellen Funktionen, Maß- und Integrationstheorie, Funktionalanalysis, Logik und Grundlagen der Mathematik. Ein besonderes Gewicht hatte in diesem Spektrum die allgemeine Topologie. HAUSDORFFs *Grundzüge* waren in *Fundamenta Mathematicae* vom ersten Bande an in bemerkenswerter Häufigkeit präsent. Von den 558 Arbeiten (HAUSDORFFs eigene drei Arbeiten nicht gerechnet), die in den ersten 20 Bänden von 1(1920) bis 20(1933) erschienen sind, haben 88 die *Grundzüge* zitiert. Dabei muß man noch berücksichtigen, daß HAUSDORFFs Begriffsbildungen zunehmend Allgemeingut wurden, so daß sie auch in einer Reihe von Arbeiten verwendet werden, die ihn nicht explizit nennen.

Auch die russische topologische Schule, die von PAUL ALEXANDROFF und PAUL URYSOHN begründet wurde, fußte in starkem Maße auf HAUSDORFFs *Grundzügen.* Davon zeugt der in HAUSDORFFs Nachlaß erhalten gebliebene Briefwechsel mit ALEXANDROFF und URYSOHN (nach URYSOHNs frühem Tod mit ALEXANDROFF allein); davon zeugt z. B. auch URYSOHNs *Mémoire sur les multiplicités Cantoriennes* ([U 1925/1926]), eine Arbeit vom Umfang

[46] [H 1914], S. 2.

[47] S. dazu [Fe 1979], S. 3–8 und S. 49–91.

[48] S. dazu insbesondere P. KOEPKE: *Metamathematische Aspekte der Hausdorffschen Mengenlehre.* In: [Br 1996], S. 71–106. Dort wird auch eine interessante Parallele von mengentheoretischem Relativismus zum erkenntnistheoretischen Relativismus im *Chaos in kosmischer Auslese* hergestellt.

eines Buches, in der URYSOHN seine Dimensionstheorie entwickelt und in der die *Grundzüge* nicht weniger als 60 mal zitiert werden.

Noch lange nach dem II. Weltkrieg hat ein lebhafter Bedarf nach HAUSDORFFs Buch bestanden. Das zeigen die drei Nachdrucke bei Chelsea aus den Jahren 1949, 1965 und 1978.

Im Jahre 1916 lösten HAUSDORFF und ALEXANDROFF unabhängig voneinander das Kontinuumproblem für Borelmengen[49]: Jede Borelmenge in einem vollständigen separablen metrischen Raum ist entweder höchstens abzählbar oder sie hat die Mächtigkeit des Kontinuums. Dieses Resultat verallgemeinert den Satz von CANTOR-BENDIXSON, der eine solche Aussage für abgeschlossene Mengen des $\mathbb{R}^n$ macht. Für lineare G_δ-Mengen hatte W. H. YOUNG 1903[50], für $G_{\delta\sigma\delta}$-Mengen HAUSDORFF 1914 in den *Grundzügen* ein entsprechendes Resultat erzielt. Der Satz von ALEXANDROFF und HAUSDORFF war ein kräftiger Impuls für die weitere Entwicklung der deskriptiven Mengenlehre.[51]

Aus den Veröffentlichungen HAUSDORFFs in der Greifswalder Zeit ragt die Arbeit *Dimension und äußeres Maß*[52] besonders hervor. Sie ist bis heute hoch aktuell geblieben und die in letzten Jahren wohl meistzitierte mathematische Originalarbeit aus dem Jahrzehnt von 1910 bis 1920. Es sei $\mathcal{U}$ ein System beschränkter Mengen des $\mathbb{R}^q$, so daß man jede Menge $A \subset \mathbb{R}^q$ durch die Vereinigung höchstens abzählbar vieler Mengen U mit Durchmessern $d(U) < \varepsilon$ ($\varepsilon > 0$ beliebig) überdecken kann. $\lambda(x)$ sei eine stetige, streng monoton wachsende, nichtnegative Funktion auf $[0, \infty)$. Für $A \subset \mathbb{R}^q$ bildet man

$$L_\varepsilon^\lambda(A) = \inf\left\{\sum_{n\geq 1} \lambda(d(U)) :\ A \subset \bigcup_{n\geq 1} U_n,\ d(U_n) < \varepsilon\right\}$$

$$\text{und} \qquad L^\lambda = \lim_{\varepsilon\downarrow 0}\ L_\varepsilon^\lambda(A).$$

Dann heißt $L^\lambda(A)$ das HAUSDORFF-Maß zur Funktion $\lambda(x)$. HAUSDORFF nennt eine Menge A von der Dimension $[\lambda]$, wenn

$$0 < L^\lambda(A) < \infty$$

[49][H 1916], [A 1916]. Den Ausdruck „Borelsche Menge“ im heutigen Sinne führte HAUSDORFF in den *Grundzügen* ein. SCHOENFLIES hatte lediglich G_δ-Mengen als Borelsche Mengen bezeichnet.

[50][Y 1903].

[51][AH 1935], S. 20. Für nähere Angaben s. den Kommentar von V. KANOVEI und P. KOEPKE in [H 2002], S. 773–787.

[52][H 1919a].

gilt. Das grundlegende und schwierige Problem ist nun folgendes: Gibt es zu vorgegebener Funktion λ stets Mengen $A \subset \mathbb{R}^q$ mit Dimension $[\lambda]$? HAUSDORFF konnte zeigen, daß dies zu bejehen ist für jede streng monoton wachsende, streng konkave, stetige Funktion $\lambda(x) : [0, \infty) \to [0, \infty)$ mit $\lambda(0) = 0$ und $\lim_{x\to\infty} \lambda(x) = \infty$. Für $\lambda(x) = x^p$, p beliebig reell, erhält man diejenigen Begriffe, die üblicherweise als HAUSDORFF-Maß und HAUSDORFF-Dimension bezeichnet werden; die HAUSDORFF-Dimension einer Menge A ist dann diejenige reelle Zahl α, für die

$$\alpha = \sup\{p > 0 : \ L^{(p)}(A) = \infty\} = \inf\{p > 0 : \ L^{(p)}(A) = 0\},$$

wobei $L^{(p)} = L^\lambda$ mit $\lambda(x) = x^p$ ist. HAUSDORFFs Dimensionsbegriff ist ein feines Instrument zur Charakterisierung und Vergleichung „stark zerklüfteter Mengen". Die Begriffsbildungen aus *Dimension und äußeres Maß* haben Anwendungen und Fortentwicklungen in zahlreichen Gebieten erfahren wie z. B. in der Theorie der dynamischen Systeme, der geometrischen Maßtheorie, der Theorie selbstähnlicher Mengen und Fraktale, der Theorie stochastischer Prozesse, der harmonischen Analyse, der Potentialtheorie und der Zahlentheorie.[53] Leider brachte es der Boom der „Fraktaltheorie" auch mit sich, daß HAUSDORFFs Begriffsbildungen und ihre Konsequenzen öfter mißverstanden und mißinterpretiert wurden.[54]

Die Universität Greifswald war eine kleine preußische Provinzuniversität mit lediglich lokaler Bedeutung. Das mathematische Institut war klein; im Sommersemester 1916 und im Wintersemester 1916/17 war HAUSDORFF der einzige Mathematiker in Greifswald! Dies brachte es mit sich, daß er in der Lehre durch die Grundvorlesungen fast vollständig ausgelastet war. Es bedeutete eine wesentliche Verbesserung seiner wissenschaftlichen Situation, als HAUSDORFF 1921 nach Bonn berufen wurde. Hier konnte er eine thematisch weitgespannte Lehrtätigkeit entfalten und immer wieder über neueste Forschungen vortragen. Besonders bemerkenswert ist z. B. eine Vorlesung über Wahrscheinlichkeitstheorie[55] vom Sommersemester 1923, in der er diese Theorie axiomatisch-maßtheoretisch begründete, und dies 10 Jahre vor A. N. KOLMOGOROFFs *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. In Bonn hatte HAUSDORFF mit EDUARD STUDY und später mit OTTO TOEPLITZ herausragende Mathematiker als Kollegen und auch als Freunde.

---

[53] Zur Wirkungsgeschichte von *Dimension und äußeres Maß* s. die Artikel von BANDT/HAASE und BOTHE/SCHMELING in [Br 1996], S. 149–183 und S. 229–252 sowie den Kommentar von S.D. CHATTERJI in [H 2001], S. 44–54 und die in diesen Arbeiten angegebene Literatur.

[54] S. dazu K. STEFFEN: *Hausdorff-Dimension, reguläre Mengen und total irreguläre Mengen.* In: [Br 1996], S. 185–227.

[55] NL HAUSDORFF: Kapsel 21: Fasz. 64.

In die zweite Bonner Zeit fallen bedeutende analytische Arbeiten HAUSDORFFs. In [H 1921] entwickelt er eine ganze Klasse von Summationsmethoden für divergente Reihen, die heute HAUSDORFF-Verfahren genannt werden.[56] Die klassischen Verfahren von HÖLDER und CESÀRO erwiesen sich als spezielle HAUSDORFF-Verfahren. Jedes HAUSDORFF-Verfahren ist durch eine Momentfolge gegeben; in diesem Zusammenhang gab HAUSDORFF eine elegante Lösung des Momentenproblems für ein endliches Intervall unter Umgehung der Theorie der Kettenbrüche. In [H 1923b] behandelte er speziellere Momentenprobleme für ein endliches Intervall (etwa mit gewissen Einschränkungen für die erzeugende Dichte $\varphi(x)$, z. B. $\varphi(x) \in L^p[0,1]$). Kriterien für Lösbarkeit und Bestimmtheit von Momentenproblemen haben HAUSDORFF viele Jahre beschäftigt, wie hunderte Seiten an Studien in seinem Nachlaß bezeugen.[57]

Ein bedeutender Beitrag zu der sich in den zwanziger Jahren herausbildenden Funktionalanalysis war HAUSDORFFs Übertragung des Satzes von FISCHER-RIESZ auf L^p-Räume in [H 1923 a]. Er bewies dort die heute nach ihm und W. H. YOUNG benannten Ungleichungen:[58] Sind a_n die Fourierkoeffizienten von $f \in L^q(0, 2\pi)$, $q \leq 2$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$, so gilt

$$\left(\sum_{-\infty}^{\infty} |a_n|^p \right)^{\frac{1}{p}} \leq \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |f|^q \, dx \right)^{\frac{1}{q}} .$$

Ist $\sum_{-\infty}^{\infty} |a_n|^q$ konvergent, so gibt es ein $f \in L^p(0, 2\pi)$ mit den Fourierkoeffizienten a_n und es gilt

$$\left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |f|^p \, dx \right)^{\frac{1}{p}} \leq \left(\sum_{-\infty}^{\infty} |a_n|^q \right)^{\frac{1}{q}} .$$

Die HAUSDORFF-YOUNGschen Ungleichungen sind Ausgangspunkt weitreichender neuer Entwicklungen geworden.[59]

1927 erschien HAUSDORFFs Buch *Mengenlehre*. Es war als 2. Auflage der *Grundzüge* deklariert, in Wirklichkeit aber ein vollkommen neues Buch. Da der Umfang wegen des Erscheinens in Göschens Lehrbücherei gegenüber den *Grundzügen* erheblich eingeschränkt war, waren große Teile der Theorie der

[56] In HARDYs Klassiker [Har 1949] ist den HAUSDORFF-Verfahren ein ganzes Kapitel gewidmet.

[57] Zum Gesamtkomplex dieser Arbeiten und Nachlaßstudien s. [H 2001], S. 105–171, 191–235, 255–267 und 339–373.

[58] YOUNG hatte sie für den Spezialfall $p = 2n$, $n = 2, 3, \ldots$ bewiesen.

[59] S. dazu den Kommentar von S. D. CHATTERJI in [H 2001], S. 182–190.

geordneten Mengen und die Maß- und Integrationstheorie weggefallen. „Mehr als diese Streichungen wird vielleicht bedauert werden" – so HAUSDORFF im Vorwort –

> daß ich zu weiterer Raumersparnis in der Punktmengenlehre den *topologischen* Standpunkt, durch den sich die erste Auflage anscheinend viele Freunde erworben hat, aufgegeben und mich auf die einfachere Theorie der *metrischen* Räume beschränkt habe, [· · ·][60]

In der Tat haben dies einige Rezensenten des Werkes ausdrücklich bedauert. Gewissermaßen als Ausgleich hat HAUSDORFF hier erstmalig den damals aktuellen Stand der deskriptiven Mengenlehre dargestellt. Diese Tatsache sicherte dem Buch eine fast ebenso intensive Rezeption, wie sie die GRUNDZÜGE erfahren hatten, vor allem in *Fundamenta Mathematicae.* Als Lehrbuch war es sehr beliebt; 1935 erschien eine erweiterte Neuauflage; diese wurde 1944 bei Dover nachgedruckt. Eine englische Übersetzung erschien 1957 mit Nachauflagen 1962 und 1967. Es gibt auch eine russische Ausgabe (1937), welche allerdings nur teilweise eine treue Übersetzung, teilweise Neubearbeitung durch ALEXANDROFF und KOLMOGOROFF ist, die den topologischen Standpunkt wieder mehr in den Vordergrund rückten. 1928 erschien eine Rezension der *Mengenlehre* aus der Feder von HANS HAHN. Möglicherweise hatte HAHN schon die Gefahr des deutschen Antisemitismus im Auge, wenn er diese Besprechung mit folgendem Satz schloß:

> Eine in jeder Hinsicht mustergültige Darstellung eines schwierigen und dornigen Gebietes; ein Werk von der Art derer, die den Ruhm der deutschen Wissenschaft über die Welt getragen haben und auf das mit dem Verfasser alle deutschen Mathematiker stolz sein dürfen.[61]

Der Antisemitismus wurde mit der Machtergreifung der Nationalsozialisten Staatsdoktrin. Von dem 1933 erlassenen berüchtigten „Gesetz zur Wiederherstellung des Berufsbeamtentums" war HAUSDORFF zunächst nicht unmittelbar betroffen, da er schon vor 1914 deutscher Beamter war. Es blieb jedoch auch ihm vermutlich nicht erspart, daß eine seiner Vorlesungen von nationalsozialistischen Studentenfunktionären gestört wurde. Im Manuskript der Vorlesung *Infinitesimalrechnung III* vom Wintersemester 1934/35 steht auf Blatt 16: „Abgebrochen 20. 11."[62] Unter der Überschrift „Partei erzieht den politischen Studenten" berichtet der „Westdeutsche Beobachter" am 22. 11. 1934, daß an der Bonner Universität „in diesen Tagen" eine Arbeitstagung des nationalsozialistischen Studentenbundes stattgefunden habe. Der

[60] [H 1927], S. 5–6.
[61] [Ha 1928], S. 58.
[62] NL HAUSDORFF: Kapsel 19: Fasz. 59.

Schwerpunkt der Arbeit in diesem Semester sei das Thema „Rasse und Volkstum“. Die Vermutung liegt sehr nahe, daß HAUSDORFFs Abbruch der Vorlesung mit diesem Ereignis zusammenhängt, denn er hat nie sonst in seiner langen Laufbahn als Hochschullehrer eine Vorlesung abgebrochen.

Zum 31. 3. 1935 wurde HAUSDORFF nach einigem Hin und Her schließlich doch noch regulär emeritiert. Ein Wort des Dankes für 40 Jahre erfolgreiche Arbeit im deutschen Hochschulwesen fanden die damals Verantwortlichen nicht. Er arbeitete unermüdlich weiter und publizierte neben der schon erwähnten erweiterten Neuauflage seiner *Mengenlehre* noch sieben Arbeiten zur Topologie und deskriptiven Mengenlehre, die alle in polnischen Zeitschriften erschienen: eine in *Studia Mathematica*, die übrigen in *Fundamenta Mathematicae*. Der hier zur Verfügung stehende Raum erlaubt es nur, ganz kurz auf einige dieser Arbeiten einzugehen; sie werden alle im Band III der Gesammelten Werke eingehend kommentiert werden.

In seiner letzten Arbeit [H 1938] zeigt HAUSDORFF, daß eine stetige Abbildung von einer abgeschlossenen Teilmenge F eines metrischen Raumes E auf ganz E erweitert werden kann (gegebenenfalls muß der Bildraum erweitert werden). Insbesondere kann jeder Homöomorphismus von F zu einem Homöomorphismus auf ganz E erweitert werden. Diese Arbeit setzt Untersuchungen früherer Jahre fort ([H 1919b], [H 1930]). In [H 1919b] hatte HAUSDORFF unter anderem einen neuen einfachen Beweis für den TIETZEschen Erweiterungssatz gegeben. In [H 1930] zeigte er folgendes: Ist E ein metrischer Raum und $F \subset E$ abgeschlossen und wird auf F eine neue Metrik eingeführt, ohne die Topologie zu ändern, so kann die neue Metrik unter Erhaltung der alten Topologie auf den ganzen Raum ausgedehnt werden. In [H 1935] betrachtet HAUSDORFF Räume, welche die KURATOWSKIschen Hüllenaxiome bis auf das Axiom der Idempotenz des Hüllenoperators erfüllen. Er nennt sie gestufte Räume (heute oft als closure spaces bezeichnet) und benutzt sie, um die Beziehungen zwischen den FRÉCHETschen Limesräumen und den topologischen Räumen zu studieren.

Auch der Nachlaß HAUSDORFFs zeigt, daß er in den immer schwieriger werdenden Zeiten ständig mathematisch arbeitete und die aktuelle Entwicklung auf den ihn interessierenden Gebieten zu verfolgen suchte. Dabei hat ihn ERICH BESSEL-HAGEN selbstlos unterstützt, indem er nicht nur der Familie HAUSDORFF in Freundschaft die Treue hielt, sondern auch Bücher und Zeitschriften aus der Institutsbibliothek besorgte, die HAUSDORFF als Jude nicht mehr betreten durfte.

Mehrere Artikel würden nicht ausreichen, um alle die perfiden Gesetze, Verordnungen, Durchführungsbestimmungen usw. zu nennen, welche zum Zweck der Diskriminierung, Isolierung, Enteignung und Entrechtung der Juden erlassen und durchgesetzt wurden; die Historiker haben sie gezählt – es sind bis zum Novemberpogrom 1938 schon über 500 gewesen. Man fragt sich, warum HAUSDORFF als ein international anerkannter Gelehrter unter diesen Bedingungen zunächst nicht versucht hat zu emigrieren. Die Antwort bleibt Vermutung: Hier war sein Haus, seine Bibliothek, seine Arbeitsmöglichkeit, einige treue Freunde, und obwohl in seiner Geisteshaltung immer ein Skeptiker, hatte selbst er es wohl nicht für möglich gehalten, daß das Regime sogar Menschen im Greisenalter ihre in einem langen Leben erarbeiteten Existenzgrundlagen entziehen und ihnen schließlich selbst nach dem Leben trachten würde. Das Novemberpogrom, die sogenante Reichskristallnacht, machte aber gerade dies mit unverhüllter Brutalität deutlich. Der über 70-jährige unternahm nun einen Versuch zu emigrieren. In einem Brief vom 10. 2. 1939 schreibt RICHARD COURANT an HERMANN WEYL:

> Dear Weyl, I just received the enclosed short and very touching letter from Professor Felix Hausdorff (which please return), who is seventy years old and whose wife is sixty-five years old. He certainly is a mathematician of very great merit and still quite active. He asks me whether it would be possible to find a research fellowship for him.[63]

In einer Stellungnahme von WEYL und von JOHN V. NEUMANN, die vermutlich für amerikanische Stellen oder Kollegen gedacht war, hebt WEYL HAUSDORFFs große Verdienste um die Mathematik hervor, dann heißt es: „A man with a universal intellectual outlook, and a person of great culture and charm.“ WEYLs und VON NEUMANNs Bemühungen haben aber offenbar keinen Erfolg gehabt.

Über die Demütigungen, denen HAUSDORFF und seine Familie insbesondere nach dem November 1938 ausgesetzt waren, wissen wir einiges aus verschiedenen Quellen, z. B. aus den Briefen von BESSEL-HAGEN.[64] Mitte 1941 schließlich wurde damit begonnen, die Bonner Juden in das Kloster „Zur ewigen Anbetung“ in Bonn-Endenich, aus dem man die Nonnen vertrieben hatte, zu deportieren. Von dort erfolgten später die Transporte in die Vernichtungslager im Osten. Nachdem FELIX HAUSDORFF, seine Frau und die bei ihnen lebende Schwester seiner Frau, EDITH PAPPENHEIM, im Januar 1942 den Befehl erhalten hatten, in das Endenicher Lager überzusiedeln, schieden sie gemeinsam am 26. Januar 1942 durch Einnahme einer Überdosis Veronal aus dem Leben. Ihre letzte Ruhestätte befindet sich auf dem Friedhof in Bonn-Poppelsdorf.

---

[63] Courant papers, Bobst Library. Wir verdanken die Kopie dieses Briefes Herrn R. SIEGMUND-SCHULTZE, Kristiansand. Den Originalbrief HAUSDORFFs konnte Herr SIEGMUND-SCHULTZE nicht auffinden.

[64] NEUENSCHWANDER, E.: *Felix Hausdorffs letzte Lebensjahre nach Dokumenten aus dem Bessel-Hagen-Nachlaß.* In: [Br 1996], S. 253–270.

Manche seiner jüdischen Mitbürger haben sich möglicherweise über das Lager Endenich noch Illusionen gemacht; HAUSDORFF selbst nicht. E. NEUENSCHWANDER entdeckte im Nachlaß BESSEL-HAGEN auch den Abschiedsbrief, den HAUSDORFF an den jüdischen Rechtsanwalt HANS WOLLSTEIN schrieb[65]; wir geben hier den Anfang und das Ende dieses Briefes wieder:

> Lieber Freund Wollstein!
> Wenn Sie diese Zeilen erhalten, haben wir Drei das Problem auf andere Weise gelöst – auf die Weise von der Sie uns beständig abzubringen versucht haben. Das Gefühl der Geborgenheit, das Sie uns vorausgesagt haben, wenn wir erst einmal die Schwierigkeiten des Umzugs überwunden hätten, will sich durchaus nicht einstellen, im Gegenteil:
> auch Endenich
> Ist noch vielleicht das Ende nich!
> Was in den letzten Monaten gegen die Juden geschehen ist, erweckt begründete Angst, dass man uns einen für uns erträglichen Zustand nicht mehr erleben lassen wird.

Nach dem Dank an Freunde und nachdem er in großer Gefaßtheit letzte Wünsche bezüglich Bestattung und Testament geäußert hat, schreibt HAUSDORFF weiter:

> Verzeihen Sie, dass wir Ihnen über den Tod hinaus noch Mühe verursachen; ich bin überzeugt, dass Sie tun, was Sie tun *können* (und was vielleicht nicht sehr viel ist). Verzeihen Sie uns auch unsere Desertion! Wir wünschen Ihnen und allen unseren Freunden, noch bessere Zeiten zu erleben.
> Ihr treu ergebener
> Felix Hausdorff

Es bleibt noch hinzuzufügen, daß sich dieser letzte Wunsch HAUSDORFFs nicht erfüllte: Rechtsanwalt WOLLSTEIN wurde in Auschwitz ermordet.

HAUSDORFFs Bibliothek wurde von seinem Schwiegersohn und alleinigem Erben ARTHUR KÖNIG verkauft. Der handschriftliche Nachlaß wurde von einem Freund der Familie, dem Bonner Ägyptologen HANS BONNET, zur Aufbewahrung übernommen. BONNET schildert in [Bo 1967] das weitere Schicksal des Nachlasses:

> Gerettet waren sie [die Manuskripte – d. Verf.] noch nicht; denn im Dezember 1944 zerstörte eine Sprengbombe meine Wohnung und die Manuskripte versanken im Schutt einer zusammenstürzenden Mauer. Aus ihm barg ich sie, ohne auf ihre Ordnung achten zu können,

[65] NL BESSEL-HAGEN, Universitätsarchiv Bonn. Abgedruckt in [Br 1996], S. 263–264 und im Faksimile S. 265–267.

> und gewiß auch nicht ohne Verluste. Dann mußte ich im Januar 1945 selbst Bonn verlassen [$\cdots$]. Als ich im Sommer 1946 zurückkehrte, war das Mobiliar fast völlig verschwunden. Dagegen waren die Papiere Hausdorffs im wesentlichen erhalten geblieben. Sie waren eben für Schatzgräber wertlos. Verluste werden sie immerhin erlitten haben und vollends geriet die Folge loser Blätter immer mehr durcheinander. Aus dem wohlgeordneten Kosmos war ein Chaos geworden.[66]

Es ist das große Verdienst des verstorbenen Professors GÜNTER BERGMANN (Münster), den nach offensichtlichen Verlusten (z. B. sind nur relativ wenig Briefe erhalten geblieben) noch vorhandenen Nachlaß im Umfang von 25978 Blatt in jahrelanger Kleinarbeit geordnet, durch sachgemäße Aufbewahrung physisch gesichert und 1980 an die Universitätsbibliothek Bonn übergeben zu haben. BERGMANN publizierte auch eine Reihe von Stücken in zwei Faksimile-Bänden.[67]

Am 26. Januar 1992 jährte sich HAUSDORFFs Todestag zum 50. Male. Aus diesem Anlaß wurde auf Initiative und unter Leitung von E. BRIESKORN in Bonn eine Ausstellung gestaltet, die auf großes Interesse, auch in nichtmathematischen Kreisen, stieß. Als Ergebnis eines aus dem gleichen Anlaß stattfindenden Kolloquiums entstand der schon mehrfach zitierte Sammelband [Br 1996]. Parallel zu diesen Aktivitäten gab es Bemühungen, die Arbeit an einer Werkausgabe HAUSDORFFs in Gang zu bringen. Zur Vorbereitung wurde auf Anregung von F. HIRZEBRUCH bei der Nordrhein-Westfälischen Akademie der Wissenschaften eine HAUSDORFF-Kommission gegründet, deren Leitung R. REMMERT übernahm. Diese Kommission bereitete die notwendigen Schritte inhaltlich und organisatorisch vor. In der Zeit vom 1. 11. 1993 bis Ende 1995 wurde der Nachlaß HAUSDORFFs katalogisiert. Es entstand als Voraussetzung für die Editionsarbeit ein umfangreiches Findbuch, in dem alle Stücke inhaltlich beschrieben sind.[68] Im November 1996 konnte mit Unterstützung der DFG die Werkausgabe in Angriff genommen werden. In dieser Ausgabe werden alle publizierten astronomischen und mathematischen Arbeiten wieder abgedruckt und sorgfältig kommentiert. Der Nachlaß kann nur selektiv ediert werden; er spielt auch für die Kommentierung eine wichtige Rolle. Es war von Beginn an unbestritten, daß auch das unter Pseudonym veröffentlichte philosophisch-literarische Werk in die Edition aufgenommen und kommentiert wird. An der Edition arbeiteten bzw.

[66] [Bo 1967], S. 76 (152).

[67] [H 1969].

[68] Das Findbuch ist unter der Adresse: `www.aic.uni-wuppertal.de/fb7/hausdorff/findbuch.asp` im Internet zugänglich. Man kann dort auch recherchieren, z. B. kann man feststellen, ob, und wenn ja, in welchen Faszikeln, etwa eine interessierende Person oder ein interessierender Begriff vorkommt.

arbeiten 16 Mathematiker, vier Mathematikhistoriker, zwei Literaturwissenschaftler, ein Philosoph und ein Astronom mit. Die Mitarbeiter kommen aus Deutschland, der Schweiz, Rußland, der Tschechischen Republik und Österreich. Seit 1. 1. 2002 wird die HAUSDORFF-Edition als Akademie-Projekt bei der Nordrhein-Westfälischen Akademie geführt. Verantwortliche Herausgeber der Gesamtausgabe sind E. BRIESKORN, F. HIRZEBRUCH, R. REMMERT, W. PURKERT und E. SCHOLZ. Eine besondere Schwierigkeit – aber auch ein besonderer Reiz – liegt in der Interdisziplinarität des Vorhabens: Es kommt einerseits darauf an, den Einflüssen nachzuspüren, die HAUSDORFFs philosophisches und literarisches Werk auf seine Mathematik hatte und die insbesondere die fundamentalen Veränderungen am Übergang zur mathematischen Moderne berühren. Andererseits klingen im philosophischen Werk und gelegentlich im künstlerischen auch mathematische Ideen an – gerade in der Lyrik oft mehrfach gebrochen und keineswegs leicht zugänglich.

Der Edition liegt folgende Bandstruktur zugrunde:

Band I : Biographische Skizze. HAUSDORFF als akademischer Lehrer. Arbeiten zur Mengenlehre

Band II : *Grundzüge der Mengenlehre* (1914)

Band III : *Mengenlehre* (1927, 1935). Arbeiten zur deskriptiven Mengenlehre und Topologie

Band IV : Analysis, Algebra und Zahlentheorie

Band V : Astronomie, Optik und Wahrscheinlichkeitstheorie

Band VI : Geometrie, Raum und Zeit

Band VII : *Sant' Ilario* (1897). *Das Chaos in kosmischer Auslese* (1898). Essays zu NIETZSCHE

Band VIII : *Ekstasen* (1900). Übriges literarisches Werk

Band IX : Korrespondenz

Der Springer-Verlag hat die verlegerische Betreuung der HAUSDORFF-Edition übernommen. Bereits erschienen sind die Bände IV (2001) und II (2002). Der Verlag hat sich sehr um eine schöne Ausstattung der Bände bemüht. Jeder Band enthält ein vollständiges Schriftenverzeichnis HAUSDORFFs einschließlich der unter Pseudonym publizierten Werke. Ein Blick in dieses Verzeichnis zeigt, daß eine Reihe von Arbeiten hier gar nicht erwähnt werden konnte, z: B. die über Algebra (u. a. die BAKER-CAMPBELL-HAUSDORFF-Formel), die über Wahrscheinlichkeitstheorie und weitere wichtige analytische und topologische Arbeiten. Diesbezüglich muß auf den erschienenen Band IV und auf die weiteren Bände verwiesen werden.

Band II enthält die *Grundzüge der Mengenlehre.* Die große Bedeutung, welche dieses Buch für die Entwicklung der Mathematik hatte, und das außerordentliche Interesse, welches es für die Historiographie der Mathematik besitzt, ließen es geboten erscheinen, es möglichst umfassend zu kommentieren. So gibt es neben den üblichen Zeilenkommentaren sogenannte kommentierende Essays. In diesen größeren Artikeln, die für sich lesbar sein sollen, werden bedeutende originelle Beiträge, die HAUSDORFF in den *Grundzügen* zur Mengenlehre, Topologie, deskriptiven Mengenlehre und Maßtheorie geleistet hat, eingehend behandelt. Insbesondere wird versucht, HAUSDORFFs Leistungen in die historische Entwicklung einzuordnen und ihre jeweilige Wirkungsgeschichte zu skizzieren. Um ein Beispiel zu nennen, erwähnen wir den Essay *Zum Begriff des topologischen Raumes*, in dem die Genese dieses zentralen Begriffes, HAUSDORFFs entscheidender Beitrag dazu sowie einige Folgeentwicklungen in der allgemeinen Topologie dargestellt werden.[69] Dem Text der *Grundzüge* vorangestellt ist eine historische Einführung, in der HAUSDORFFs Weg zu seinem Hauptwerk skizziert und ein Überblick über einschlägige Monographien und Lehrbücher vor 1914 gegeben wird. Ferner werden hier einige Aspekte der Rezeption der *Grundzüge* behandelt, insbesondere auch die Aufnahme mengentheoretisch-topologischer Methoden in die Analysis Situs und geometrische Topologie, die durchaus nicht geradlinig verlaufen ist und die erst lange nach dem II. Weltkrieg in gewissem Sinne abgeschlossen war.[70]

Schließlich sei noch darauf hingewiesen, daß die Bände einzeln verkäuflich sind.

Parallel zur Edition der Werke arbeitet E. BRIESKORN an einer Biographie HAUSDORFFs, die an Umfang und Tiefe wesentlich über die biographische Skizze im Band I hinausgehen wird. Für dieses Projekt sowie für die weitere Arbeit an der Edition, insbesondere für die langfristige Vorbereitung des Korrespondenzbandes, bitten wir um Mithilfe. Bitte informieren Sie uns, liebe Leser, über

– Briefe HAUSDORFFs in Archiven, Bibliotheken oder privaten Nachlässen,

– Briefentwürfe oder Kopien oder Abschriften von Briefen an HAUSDORFF in Archiven bzw. privaten Nachlässen,

[69] [H 2002], S. 675–744. Einige der Essays sind auch im Internet unter der bereits genannten Wuppertaler Adresse zugänglich.

[70] S. dazu die Ausführungen von E. BRIESKORN und E. SCHOLZ in [H 2002], S. 70–75.

- Briefe oder Briefentwürfe oder Zitate aus Briefen von Mathematikern oder anderen Persönlichkeiten, in denen HAUSDORFF erwähnt wird (auch bereits publizierte),

- Tagebucheintragungen, in denen HAUSDORFF erwähnt wird,

- Sonderdrucke von Arbeiten HAUSDORFFs in Mathematikernachlässen,

- Bücher, die durch einen Besitzvermerk als Werke aus HAUSDORFFs Bibliothek kenntlich sind,

- Bücher, die eine handschriftliche Widmung HAUSDORFFs enthalten,

- Stellen in der philosophischen oder schöngeistigen Literatur, die auf Werke von PAUL MONGRÉ Bezug nehmen.

Hinweise richten Sie bitte an folgende Anschrift:
Büro der Hausdorff-Edition
Mathematisches Institut
der Universität Bonn
Beringstraße 1
53115 Bonn
E-mail: edition@math.uni-bonn.de

Literatur

[A 1916] ALEXANDROFF, P: *Sur la puissance des ensembles mesurables B.* Comptes rendus Acad. Sci. Paris **162** (1916), 323–325.

[AH 1935] ALEXANDROFF, P.; HOPF, H.: *Topologie.* Springer-Verlag, Berlin 1935.

[BP 1987] BECKERT, H.; PURKERT, W. (Hrsg.): *Leipziger mathematische Antrittsvorlesungen.* Teubner-Archiv zur Mathematik, Band 8, Leipzig 1987.

[Bl 1921] BLUMBERG, H.: *Hausdorffs Grundzüge der Mengenlehre.* Bull. of the AMS **27** (1921), 116–129. WA: [H 2002], 844–853.

[Bo 1967] BONNET, H.: *Geleitwort.* Jahresbericht der DMV **69** (1967), 75 (151)–76(152).

[Br 1996] BRIESKORN, E. (Hrsg.): *Felix Hausdorff zum Gedächtnis. Aspekte seines Werkes.* Vieweg, Braunschweig/Wiesbaden 1996.

[Ch 2002] CHATTERJI, S. D.: *Hausdorff als Maßtheoretiker.* Math. Semesterberichte **49** (2002), 129–143.

[D 1967] DIERKESMANN, M.: *Felix Hausdorff. Ein Lebensbild.* Jahresbericht der DMV **69** (1967), 51(127)–54(130).

[ET 1994] EICHHORN, E.; THIELE, E.-J.: *Vorlesungen zum Gedenken an Felix Hausdorff.* Heldermann Verlag, Berlin 1994.

[F 1948] FECHTER, P.: *Menschen und Zeiten.* Bertelsmann, Gütersloh 1948.

[Fe 1979] FELGNER, U. (Hrsg.): *Mengenlehre.* Wiss. Buchges., Darmstadt 1979.

[Fr 1906] FRÉCHET, M.: *Sur queques points du calcul fonctionnel.* Rendiconti del Circolo Mat. di Palermo **22** (1906), 1–74.

[H 1891] HAUSDORFF, F.:*Zur Theorie der astronomischen Strahlenbrechung* (Dissertation). Ber. über die Verhandlungen der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Classe **43** (1891), 481–566.

[H 1895] HAUSDORFF, F.:*Über die Absorption des Lichtes in der Atmosphäre* (Habilitationsschrift). Ber. über die Verhandlungen der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.- phys. Classe **47** (1895), 401–482.

[H 1897a] HAUSDORFF, F. (P. MONGRÉ):*Sant' Ilario – Gedanken aus der Landschaft Zarathustras.* Verlag C.G.Naumann, Leipzig. VIII + 379 S. Wiederabdruck des Gedichts „Der Dichter“ und der Aphorismen 293, 309, 313, 324, 325, 337, 340, 346, 349 in *Der Zwiebelfisch* **3** (1911), S. 80 u. 88–90.

[H 1897b] HAUSDORFF, F. (P. MONGRÉ):*Sant' Ilario – Gedanken aus der Landschaft Zarathustras.* Selbstanzeige, Die Zukunft, 20.11.1897, 361.

[H 1898] HAUSDORFF, F. (P. MONGRÉ):*Das Chaos in kosmischer Auslese – Ein erkenntniskritischer Versuch.* Verlag C. G. Naumann, Leipzig. VI und 213 S.

[H 1900] HAUSDORFF, F. (P. MONGRÉ): *Ekstasen.* Gedichtband. Verlag H.Seemann Nachf., Leipzig. 216 S.

[H 1901] HAUSDORFF, F.:*Über eine gewisse Art geordneter Mengen.* Ber. über die Verhandlungen der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Classe **53** (1901), 460–475.

[H 1902] HAUSDORFF, F. (P. MONGRÉ):*Der Wille zur Macht.* Neue Deutsche Rundschau (Freie Bühne) **13** (12) (1902), 1334–1338.

[H 1903] HAUSDORFF, F.:*Das Raumproblem* (Antrittsvorlesung an der Universität Leipzig, gehalten am 4.7.1903). Ostwalds Annalen der Naturphilosophie **3** (1903), 1–23.

[H 1904a] HAUSDORFF, F. (P. MONGRÉ):*Der Arzt seiner Ehre, Groteske.* Die neue Rundschau (Freie Bühne) **15** (8), (1904), 989–1013. Neuherausgabe als: *Der Arzt seiner Ehre. Komödie in einem Akt mit einem Epilog.* Mit 7 Bildnissen, Holzschnitte von Hans Alexander Müller nach Zeichnungen von Walter Tiemann, 10 Bl., 71 S. Fünfte ordentliche Veröffentlichung des Leipziger Bibliophilen-Abends, Leipzig 1910. Neudruck: S.Fischer, Berlin 1912, 88 S.

[H 1904b] HAUSDORFF, F.:*Der Potenzbegriff in der Mengenlehre.* Jahresbericht der DMV **13** (1904), 569–571.

[H 1906] HAUSDORFF, F.:*Untersuchungen über Ordnungstypen I, II, III.* Ber. Über die Verhandlungen der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Klasse **58** (1906), 106–169.

[H 1907a] HAUSDORFF, F.:*Untersuchungen über Ordnungstypen IV, V.* Ber. über die Verhandlungen der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Klasse **59** (1907), 84–159.

[H 1907b] HAUSDORFF, F.:*Über dichte Ordnungstypen.* Jahresbericht der DMV **16** (1907), 541–546.

[H 1908] HAUSDORFF, F.:*Grundzüge einer Theorie der geordneten Mengen.* Math. Annalen **65** (1908), 435–505.

[H 1909] HAUSDORFF, F.:*Die Graduierung nach dem Endverlauf.* Abhandlungen der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig. Math.-phys. Klasse **31** (1909), 295–334.

[H 1914] HAUSDORFF, F.:*Grundzüge der Mengenlehre.* Verlag Veit & Co, Leipzig. 476 S. mit 53 Figuren. Nachdrucke: Chelsea Pub. Co. 1949, 1965, 1978.

[H 1916] HAUSDORFF, F.:*Die Mächtigkeit der Borelschen Mengen.* Math. Annalen **77** (1916), 430–437.

[H 1919a] HAUSDORFF, F.:*Dimension und äußeres Maß.* Math. Annalen **79** (1919), 157–179.

[H 1919b] HAUSDORFF, F.:*Über halbstetige Funktionen und deren Verallgemeinerung.* Math. Zeitschrift **5** (1919), 292–309.

[H 1921] HAUSDORFF, F.:*Summationsmethoden und Momentfolgen I, II.* Math. Zeitschrift **9** (1921), I: 74–109, II: 280–299.

[H 1923a] HAUSDORFF, F.:*Eine Ausdehnung des Parsevalschen Satzes über Fourierreihen.* Math. Zeitschrift **16** (1923), 163–169.

[H 1923b] HAUSDORFF, F.:*Momentprobleme für ein endliches Intervall.* Math. Zeitschrift **16** (1923), 220–248.

[H 1927] HAUSDORFF, F.:*Mengenlehre,* zweite, neubearbeitete Auflage. Verlag Walter de Gruyter & Co., Berlin. 285 S. mit 12 Figuren.

[H 1930] HAUSDORFF, F.:*Erweiterung einer Homöomorphie.* Fundamenta Mathematicae **16** (1930), 353–360.

[H 1935a] HAUSDORFF, F.:*Mengenlehre*, dritte Auflage. Mit einem zusätzlichen Kapitel und einigen Nachträgen. Verlag Walter de Gruyter & Co., Berlin. 307 S. mit 12 Figuren. Nachdruck: Dover Pub. New York, 1944. Englische Ausgabe: Set theory. Übersetzung aus dem Deutschen von J.R.Aumann et al. Chelsea Pub. Co., New York 1957, 1962, 1967.

[H 1935b] HAUSDORFF, F.:*Gestufte Räume.* Fundamenta Mathematicae **25** (1935), 486–502.

[H 1938] HAUSDORFF, F.:*Erweiterung einer stetigen Abbildung.* Fundamenta Mathematica **30** (1938), 40–47.

[H 1969] HAUSDORFF, F.:*Nachgelassene Schriften.* 2 Bände. Ed.: G. BERGMANN, Teubner, Stuttgart 1969. Band I enthält aus dem Nachlaß die Faszikel 510–543, 545–559, 561–577, Band II die Faszikel 578–584, 598–658 (alle Faszikel sind im Faksimiledruck wiedergegeben).

[H 2001] HAUSDORFF, F.: *Gesammelte Werke. Band IV: Analysis, Algebra und Zahlentheorie.* Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg etc., 2001.

[H 2002] HAUSDORFF, F.: *Gesammelte Werke. Band II: „Grundzüge der Mengenlehre“.* Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg etc. 2002.

[Ha 1928] HAHN, H.: *F. Hausdorff, Mengenlehre.* Monatshefte für Mathematik und Physik **35** (1928), 56–58.

[Har 1949] HARDY, G. H.: *Divergent Series.* Oxford Univ. Press, Oxford 1949.

[JN 1887] *Jahresbericht des Nicolai-Gymnasiums für das Jahr 1887.* Stadtarchiv Leipzig, Bestand Nicolai-Gymnasium.

[L 1967] LORENTZ, G. G.: *D*as mathematische Werk von Felix Hausdorff. Jahresbericht der DMV **69** (1967), 54 (130)–62 (138).

[Ri 1907] RIESZ, F.: *Die Genesis des Raumbegriffs.* Math. und Naturwiss. Berichte aus Ungarn **24** (1907), 309–353.

[Ri 1908] RIESZ, F.: *Stetigkeitsbegriff und abstrakte Mengenlehre.* Atti del Congr. Internaz. dei Mat., Roma **2** (1908), 18–24.

[St 2002] STEGMAIER, W.: *Ein Mathematiker in der Landschaft Zarathustras. Felix Hausdorff als Philosoph.* Nietzsche-Studien **31** (2002), 195–240.

[U 1925/1926] URYSOHN, P.: *Mémoire sur les multiplicités Cantoriennes.* Fundamenta Math. **7** (1925), 30–137; **8** (1926), 225–351.

[V 2000] VOLLHARDT, F.: *Von der Sozialgeschichte zur Kulturwissenschaft? Die literarische-essayistischen Schriften des Mathematikers Felix Hausdorff (1868–1942): Vorläufige Bemerkungen in systematischer Absicht.* In: HUBER, M.; LAUER, G. (Hrsg.): *Nach der Sozialgeschichte – Konzepte für eine Literaturwissenschaft zwischen Historischer Anthropologie, Kulturgeschichte und Medientheorie.* Max Niemeier Verlag, Tübingen 2000, S. 551–573.

[W 1993] WAGON, S.: *The Banach-Tarski Paradox.* Cambridge Univ. Press, Cambridge 1993.

[Y 1903] YOUNG, W. H.: *Zur Lehre der nicht abgeschlossenen Punktmengen.* Berichte über die Verhandlungen der Königl. Sächs. Ges. der Wiss. zu Leipzig, Math.-Phys. Klasse **55** (1903), 287–293.